Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
Кафедра компьютерных сетей

Математические методы защиты информации

Часть 2

Методические указания

Рекомендовано
Научно-методическим советом университета для студентов, обучающихся по специальности
Прикладная математика и информатика

Ярославль 2011

УДК 51(075)
ББК В 13я73
М 33

Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2010/2011 учебного года

Рецензент: кафедра компьютерных сетей
Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова

Составитель М. В. Краснов

Математические методы защиты информации. Ч. 2 : методические
М 33 указания / сост. М. В. Краснов; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль : ЯрГУ, 2011. – 44 с.

Основное использование вычислительной техники связано с хранением информации. Естественно, возникает задача защиты информации от несанкционированного использования. В работе сформулированы основные идеи создания блочных симметричных алгоритмов. Наиболее известные из них подробно описаны. Рассмотрена проблема управления ключами, которая возникает при работе с симметричными шрифтами.

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 010501.65 Прикладная математика и информатика (дисциплина «Математические методы защиты информации», блок ДС), очной формы обучения.

УДК 51(075)
ББК В 13я73

Учебное издание

Математические методы защиты информации

Часть 2

Методические указания

Составитель **Краснов** Михаил Владимирович

Редактор, корректор М. В. Никулина
Верстка Е. Л. Шелехова

Подписано в печать 23.06.2011. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$.
Бум. офсетная. Гарнитура "Times New Roman".
Усл. печ. л. 2,56. Уч.-изд. л. 2,03.
Тираж 50 экз. Заказ

Оригинал-макет подготовлен
в редакционно-издательском отделе Ярославского
государственного университета им. П. Г. Демидова.
Отпечатано на ризографе.
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова.
150000, Ярославль, ул. Советская, 14.

Введение

В настоящее время использование электронной вычислительной техники в различных областях человеческой деятельности все более и более возрастает. Однако чаще всего вычислительная техника используется для хранения и передачи информации. Естественно, возникает задача защиты информации от несанкционированного использования. Среди способов защиты информации одним из наиболее распространенных методов является криптографический метод. Он предусматривает такое преобразование информации, при котором она становится доступной для прочтения лишь обладателю некоторого секретного параметра (ключа).

Опишем задачу защиты информации с помощью криптографического метода. Отправитель хочет послать получателю по каналу, который не является безопасным, текст T. Взломщик хочет перехватить передаваемую информацию. Отправителю нужно так преобразовать сообщение, чтобы взломщик не смог прочитать исходный текст T из перехваченного сообщения, а получатель мог бы за приемлемое время восстановить исходный текст из полученного сообщения.

Чтобы решить поставленную задачу, отправитель шифрует исходный текст T с помощью некоторого преобразования E_k, где k – ключ шифрования. Шифртекст $C = E_k(T)$ передается по каналу связи.

Получатель должен уметь расшифровать шифртекст – восстановить исходный текст T с помощью некоторого преобразования $D_{\tilde{k}}$, где $\tilde{k}$ – ключ расшифрования: $T = D_{\tilde{k}}(C)$.

Если отправитель знает ключ k, то он может зашифровывать информацию; если получатель знает ключ $\tilde{k}$, то он может расшифровывать сообщение.

Перед взломщиком стоит более сложная задача: он должен найти ключ $\tilde{k}$ или свой способ дешифровки.

Алгоритмы, используемые в современных криптосистемах, можно разделить на два типа: симметричные, в которых ключ расшифрования легко находится по ключу шифрования; с открытым ключом, в которых ключ расшифрования трудно найти даже при известном ключе шифрования.

С другой стороны, симметричные шифры можно разделить на два типа шифров: блочное и потоковое шифрование. Блочное шифрование – в этом случае исходное сообщение разбивается на блоки фиксированной размерности (например, 64 или 128 бит), которые потом и шифруются. Потоковое шифрование используется, когда нельзя разбить исходное сообщение на блоки. Например, каждый символ исходного сообщения должен быть зашифрован, не дожидаясь остальных данных.

В представленных методических указаниях основное внимание будет уделено симметричным блоковым шифрам.

Можно сказать, что блочные шифры реализуются путем многократного применения к блокам открытого текста некоторых базовых преобразований. Обычно используются базовые преобразования двух типов – это локальные преобразования над отдельными частями шифруемых блоков и простые преобразования, переставляющие между собой части шифруемых блоков. Первое преобразование усложняет восстановление взаимосвязи статистических и аналитических свойств открытого и шифрованного текстов, а второе преобразование распространяет влияние одного знака открытого текста на большое число знаков шифра.

Сформулируем основные конструкции, которые часто используются в процессе создания симметричного блочного шифра:

• сеть Фейстеля (рис. 1) предполагает разбитие рассматриваемого вектора на несколько подблоков (например, на два), один из блоков обрабатывается некоторой функцией f, а результат складывается по модулю два с одним или несколькими из оставшихся подблоков.

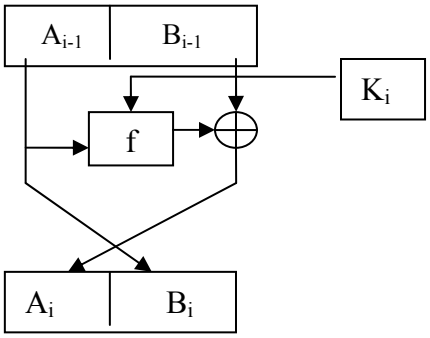
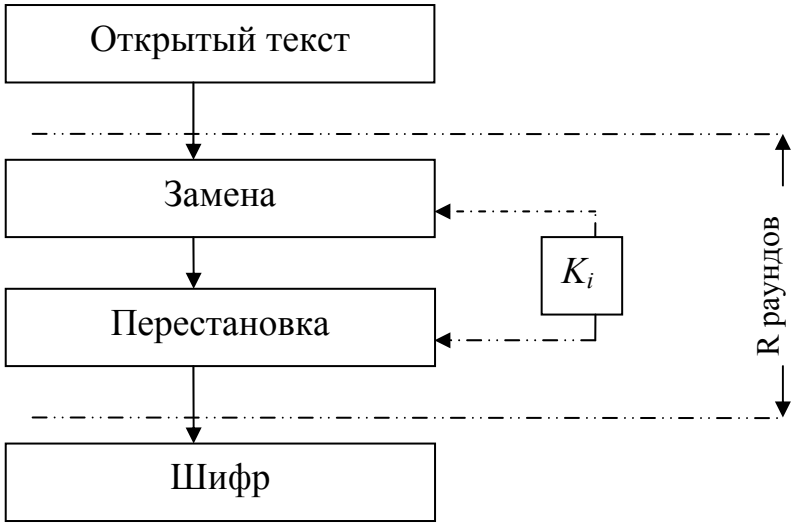


Рис. 1. Сеть Фейстеля

Легко заметить, что в качестве дополнительного параметра функции f является раундовый ключ K_i. Раундовый ключ получается из исходного ключа обычно путем развертывания.

• SP-сети (рис. 2). Обработка данных сводится в основном к заменам (например, с помощью таблицы замен) и перестановкам, которые зависят от ключа.



Заметим, что процедура шифрования сводится в основном к заменам (когда блок заменяется на другой блок, возможно, в зависимости от раундового ключа K_i) и перестановкам, зависящим от раундового ключа K_i

Рис. 2. SP-сеть

Самая простая сеть состоит из слоёв двух типов, используемых многократно по очереди. Первый тип слоя – P-слой, состоящий из P-блока большой разрядности, за ним идёт второй тип слоя – S-слой, представляющий собой большое количество S-блоков малой разрядности.

Также популярны алгоритмы, построенные на основе SP-сети со структурой «квадрат». В этом случае обрабатываемый в процессе работы алгоритма блок данных представляется в виде двумерного байтового массива. Криптографические преобразования могут выполняться как над отдельными байтами массива, так и над его строками или столбцами.

Режимы работы блочных шифров

Обычно при реальном применении используется не только сам алгоритм шифрования-дешифрования, но и специальные режимы работы блочных симметричных шифров. Наиболее популярны четыре режима: электронная шифрованная книга, сцепление шифрованных блоков, обратная связь по шифру, обратная связь по выходу[1]. Этих режимов хватает, чтобы использовать

[1] Используются и другие режимы, например режим сцепления блоков вида:

шифр практически в любой области, для которой этот алгоритм подходит. Алгоритм шифрования или дешифрования является базовым блоком защиты передачи данных в этих режимах. Опишем эти режимы на примере процесса шифрования открытого текста, разбитого на n-битовые блоки.

Название режима	*Описание режима*	*Применение режима*
Электронная шифрованная книга ECB	Каждый $n-$битовый блок открытого текста шифруется независимо от других с одним и тем же ключом $y_t = E_r(x_t),\ \ t = 1,2...,$ где y_t – t-й блок шифртекста; E_r – алгоритм шифрования с ключом r; x_t – t-й блок открытого текста	Защищенная передача отдельных значений (например, ключа шифрования)
Сцепление шифрованных блоков CBC	Рассматриваемый режим можно описать следующей формулой: $y_t = E_r(x_t \oplus y_{t-1}),\ \ t = 1, 2...$, где y_t – t-й блок шифртекста; E_r – алгоритм шифрования с ключом r; y_0 – вектор инициализации; x_t – t-й блок открытого текста	Поблочная передача данных общего назначения. Аутентификация[2]
Обратная связь по шифру CFB	Шифрование выполняется блоками по k бит ($k = 1 \ldots n$) по формуле $C_i = M_i \oplus P_i$, где y_t – блок криптотекста; x_t – блок открытого текста; P_i – блок псевдослучайной последовательности. Идея использования этого режима заключается в том, чтобы получить псевдослучайную последовательность. Это достигается следующим образом:	Потоковая передача данных общего назначения. Аутентификация

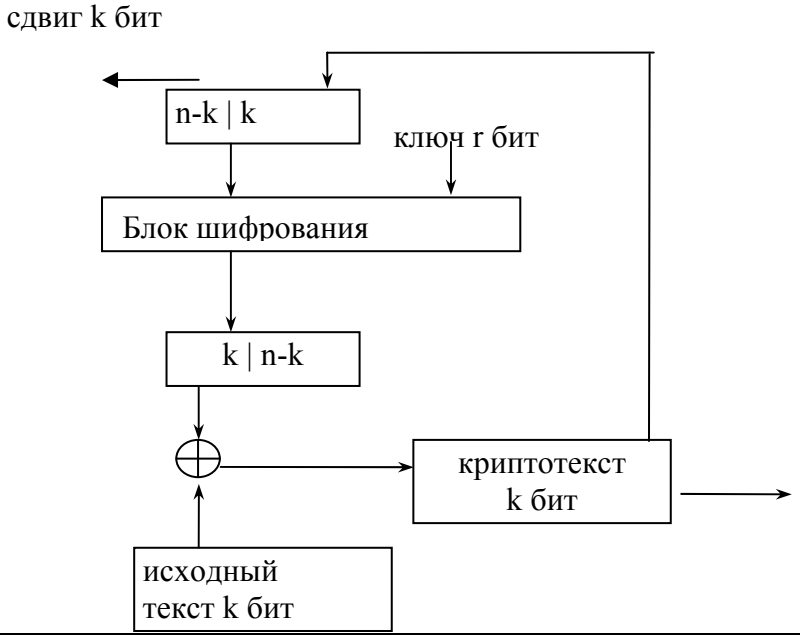
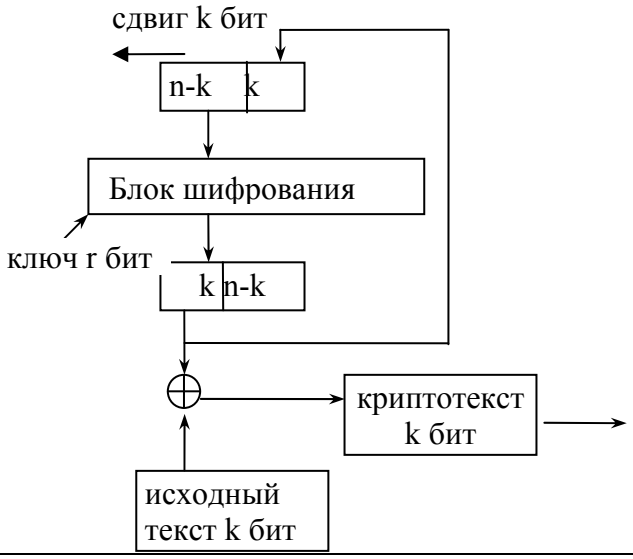
$$y_t = E_r(x_t \oplus y_{t-1} \oplus y_{t-2} \oplus \ldots \oplus y_1 \oplus y_0),\ \ t = 1,2...,$$ где

y_t – t-й блок шифртекста; y_0 – вектор инициализации;

E_r – алгоритм шифрования с ключом r; x_t – t-й блок открытого текста

или режим генерации кода целостности сообщения и т. д.

[2] Аутентификация – процедура установления соответствия параметров, характеризующих пользователя, процесс или данные, заданным критериям.

	• вначале входной блок алгоритма содержит n-битовый вектор инициализации, и k старших бит полученного блока шифртекста используются в качестве блока псевдослучайной последовательности; • полученный на предыдущем шаге шифрованный текст используется как часть входных данных для блока шифрования и т. д. 	
Обратная связь по выходу OFB	Подобен CFB, но в качестве входных данных для алгоритма шифрования используются ранее полученные выходные данные блока шифрования 	Потоковая передача данных по каналам с помехами

Несколько блочных симметричных шифров

Алгоритм DES

Общие положения

Стандарт шифрования данных DES был опубликован в 1977 г. в США и использовался для защиты от несанкционированного доступа к важной, но не секретной информации в различных организациях. Официально Des считался стандартом до 31 декабря 1998 г.

В криптосистеме DES используется блочный принцип шифрования двоичного текста. Размер блока шифрования 64 бита. Размер ключа также составляет 64 бита. При этом каждый восьмой бит ключа является служебным (используется в качестве бита проверки на четность для семи предыдущих бит) и в шифровании не участвует. Таким образом, полезный размер ключа составляет 58 бит.

Процесс шифрования

Алгоритм шифрования DES состоит из трех основных этапов:

Первый этап – преобразование исходного текста. Биты исходного сообщения z подвергаются начальной перестановке P в соответствии с таблицей

P	58	50	42	34	26	18	10	2	60	52	44	36	28	20	12	4
	62	54	46	38	30	22	14	6	64	56	48	40	32	24	16	8
	57	49	41	33	25	17	9	1	59	51	43	35	27	19	11	3
	61	53	45	37	29	21	13	5	63	55	47	39	31	23	15	7

Затем полученный вектор $z_0 = P(z)$ представляется в виде $z_0 = L_0 R_0$, где L_0 – левая половина из 32 бит, а R_0 – правая половина из 32 бит.

Второй этап – непосредственно само шифрование. Полученное сообщение $z_0 = L_0 R_0$ подвергаются преобразованию по следующей схеме:

$$\begin{cases} L_i = R_{i-1} \\ R_i = L_{i-1} \oplus f(R_{i-1}, K_i), \end{cases} \quad i = 1, \ldots, 16.$$

Функция f и процесс создания ключей K_i будет описан ниже.

Третий этап – завершающее преобразование. Сообщение $L_{16}R_{16}$ перемешивается подстановкой IP, результат ее и есть зашифрованное сообщение, другими словами, $y = IP(R_{16}L_{16})$.

IP	40	8	48	16	56	24	64	32	39	7	47	15	55	23	63	31
	38	6	46	14	54	22	62	30	37	5	45	13	53	21	61	29
	36	4	44	12	52	20	60	28	35	3	43	11	51	19	59	27
	34	2	42	10	50	18	58	26	33	1	41	9	49	17	57	25

Общая схема алгоритма Des может быть представлена следующим рисунком (см. рис. 3):

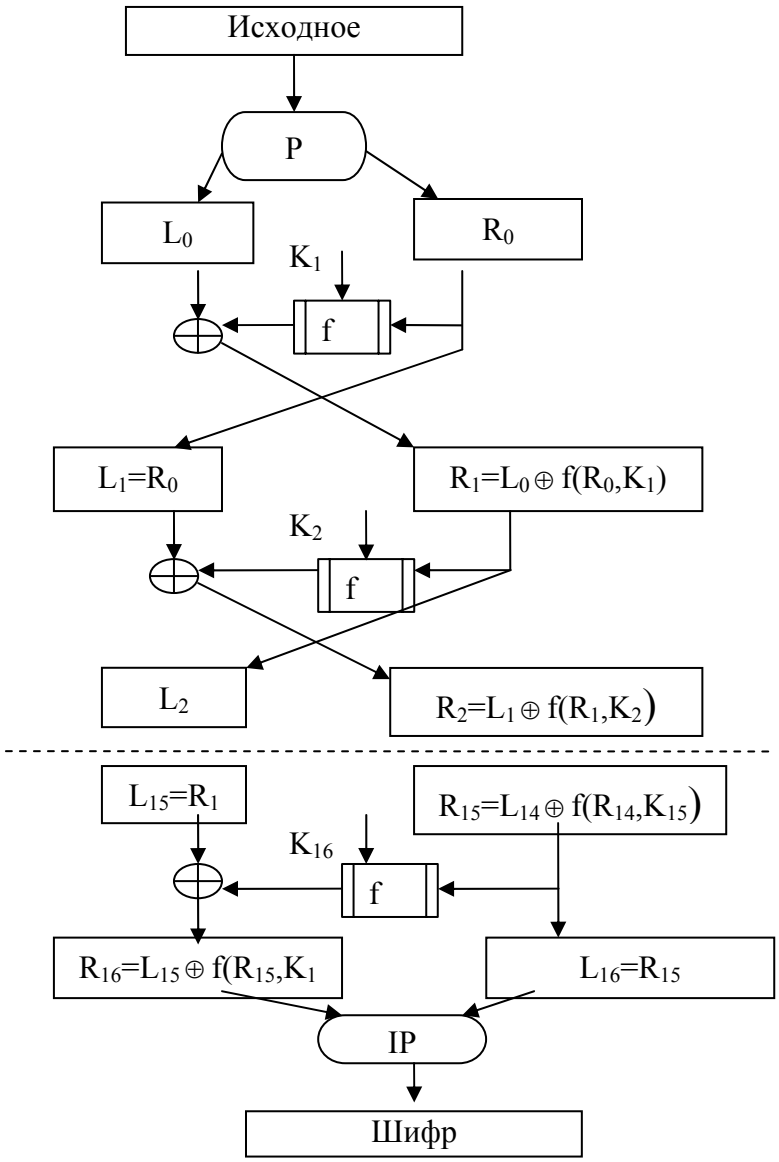


Рис. 3

Функция f

Рассмотрим функцию f более подробно. Функция имеет два аргумента. Первый из них R_{i-1} – это вектор в 32 бита, второй K_i – вектор в 48 бит. Выходом функции служит вектор в 32 бита. Работу же f можно проиллюстрировать следующеим рисунком (см. рис. 4).

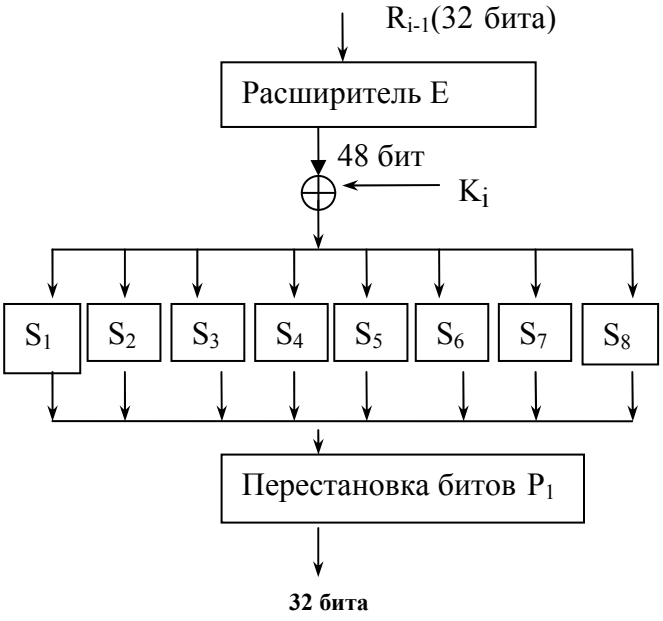


Рис. 4. Схема функции $f(R_{i-1},K_i)$

Работа функции f состоит в выполнении 4 операций:

Шаг 1. Первый аргумент с помощью функции расширения $E(R_{i-1})$ преобразуется в 48-битовый вектор. Эта процедура одна и та же для всех раундов (итераций) и задается с помощью следующей таблицы:

$E(R_{i-1})$	32	1	2	3	4	5	4	5	6	7	8	9	8	9	10	11
	12	13	12	13	14	15	16	17	16	17	18	19	20	21	20	21
	22	23	24	25	24	25	26	27	28	29	28	29	30	31	32	1

Шаг 2. Вычисляется сумма $E(R_{i-1}) \oplus K_i$ и записывается в виде конкатенации восьми 6-битовых слов $E(R_{i-1}) \oplus K_i = B_1B_2B_3B_4B_5B_6B_7B_8$.

Шаг 3. Каждое слово B_i поступает на соответствующий S-блок. Блок S_i преобразует 6-битовый вход в 4-битовый выход C_i.

S-блок есть матрица 4×16 с целыми элементами от 0 до 15. Выбор элемента в матрице S_i осуществляется следующим образом: пусть на вход матрицы S_i поступает 6-битовый блок $B_i = b_1b_2b_3b_4b_5b_6$, тогда число b_1b_6 указывает номер строки, а $b_2b_3b_4b_5$ – номер столбца. Тем самым найден некоторый элемент матрицы S_i. Выходом C_i является двоичное представление этого элемента.

номер столбца		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
номер строки	0	14	4	13	1	2	15	11	8	3	10	6	12	5	9	0	7	S_1
	1	0	15	7	4	14	2	13	1	10	6	12	11	9	5	3	8	
	2	4	1	14	8	13	6	2	11	15	12	9	7	3	10	5	0	
	3	15	12	8	2	4	9	1	7	5	11	3	14	10	0	6	13	

номер столбца		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
номер строки	0	15	1	8	14	6	11	3	4	9	7	2	13	12	0	5	10	S_2
	1	3	13	4	7	15	2	8	14	12	0	1	10	6	9	11	5	
	2	0	14	7	11	10	4	13	1	5	8	12	6	9	3	2	15	
	3	13	8	10	1	3	15	4	2	11	6	7	12	0	5	14	9	

номер столбца		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
номер строки	0	10	0	9	14	6	3	15	5	1	13	12	7	11	4	2	8	S_3
	1	13	7	0	9	3	4	6	10	2	8	5	14	12	11	15	1	
	2	13	6	4	9	8	15	3	0	11	1	2	12	5	10	14	7	
	3	1	10	13	0	6	9	8	7	4	15	14	3	11	5	2	12	

номер столбца		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
номер строки	0	7	13	14	3	0	6	9	10	1	2	8	5	11	12	4	15	S_4
	1	13	8	11	5	6	15	0	3	4	7	2	12	1	10	14	9	
	2	10	6	9	0	12	11	7	13	15	1	3	14	5	2	8	4	
	3	3	15	0	6	10	1	13	8	9	4	5	11	12	7	2	14	

номер столбца		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
номер строки	0	2	12	4	1	7	10	11	6	8	5	3	15	13	0	14	9	S_5
	1	14	11	2	12	4	7	13	1	5	0	15	10	3	9	8	6	
	2	4	2	1	11	10	13	7	8	15	9	12	5	6	3	0	14	
	3	11	8	12	7	1	14	2	13	6	15	0	9	10	4	5	3	

номер столбца		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
номер строки	0	12	1	10	15	9	2	6	8	0	13	3	4	14	7	5	11	S_6
	1	10	15	4	2	7	12	9	5	6	1	13	14	0	11	3	8	
	2	9	14	15	5	2	8	12	3	7	0	4	10	1	13	11	6	
	3	4	3	2	12	9	5	15	10	11	14	1	7	6	0	8	13	

номер столбца		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
номер строки	0	4	11	2	14	15	0	8	13	3	12	9	7	5	10	6	1	S_7
	1	13	0	11	7	4	9	1	10	14	3	5	12	2	15	8	6	
	2	1	4	11	13	12	3	7	14	10	15	6	8	0	5	9	2	
	3	6	11	13	8	1	4	10	7	9	5	0	15	14	2	3	12	

номер столбца		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
номер строки	0	13	2	8	4	6	15	11	1	10	9	3	14	5	0	12	7	S_8
	1	1	15	13	8	10	3	7	4	12	5	6	11	0	14	9	2	
	2	7	11	4	1	9	12	14	2	0	6	10	13	15	3	5	8	
	3	2	1	14	7	4	10	8	13	15	12	9	0	3	5	6	11	

В результате получаем вектор $C = C_1C_2C_3C_4C_5C_6C_7C_8$, где $C_i = S_i(B_i)$.

Шаг 4. Выход $C = C_1 \ldots C_8$ перемешивается фиксированной подстановкой P_1.

P_1.	16	7	20	21	29	12	28	17	1	15	23	26	5	18	31	10
	2	8	24	14	32	27	3	9	19	13	30	6	22	11	4	25

Описание функции f окончено.

Формирование ключа

Легко заметить, что в каждом раунде используется новое значение ключа K_i (длиной 48 бит). Новое значение ключа K_i вычисляется из начального ключа K. Процесс формирования ключа можно представить с помощью следующего рисунка (см. рис. 5).

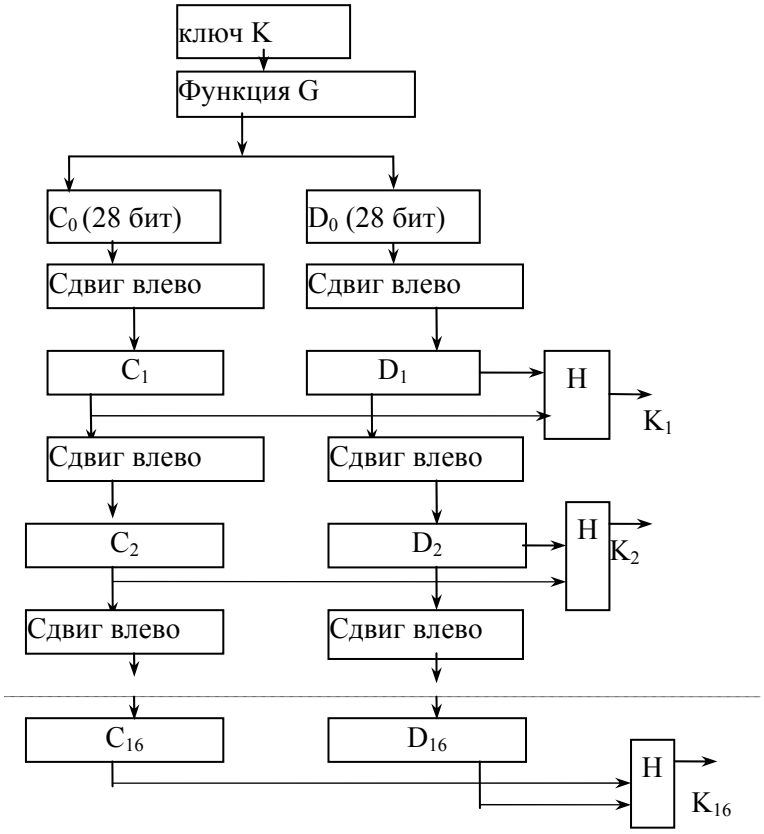


Рис. 5

Как уже отмечалось, в 64-битовом ключе K удаляется каждый восьмой бит. После этого оставшиеся биты подвергаются перестановке с помощью функции G.

функция G														
	57	49	41	33	25	17	9	1	58	50	42	34	26	18
	10	2	59	51	43	35	27	19	11	3	60	52	44	36
	53	55	47	39	31	23	15	7	62	54	46	38	30	22
	14	6	61	53	45	37	29	21	13	5	28	20	12	4

Результат этой перестановки делится на две половины C_0 и D_0 (по 28 битов в каждой). Очередные значения $C_i\, D_i$ вычисляются по схеме: $\begin{cases} C_i = M_i(C_{i-1}) \\ D_i = M_i(D_{i-1}) \end{cases}$, где M_i – циклический сдвиг влево на одну позицию, если $i = 1, 2, 9, 16.$

При других значениях i, M_i – циклический сдвиг влево на две позиции.

Наконец, две части C_i и D_i соединяются вместе и подаются на вход перестановки H, выходом которой и будет 48-битовый подключ i-го раунда.

перестановка H												
	14	17	11	24	1	5	3	28	15	6	21	10
	23	19	12	4	26	8	16	7	27	20	13	2
	41	52	31	37	47	55	30	40	51	45	33	48
	44	49	39	56	34	53	46	42	50	36	29	32

Заметим, что существуют 64-битовые последовательности, которые не рекомендуется использовать в качестве ключей, например вектор $K = \{0000\}$[3].

Формирование ключа окончено.

Процесс дешифрования

Процесс дешифрования является инверсным по отношению к процессу шифрования. Это означает, что дешифрование осуществляется тем же алгоритмом и ключом, но все действия выполняются в обратном порядке. Другими словами, сначала расшифрованные данные переставляются в соответствии с матрицей IP, а затем над последовательностью битов $R_{16}L_{16}$ выполняются действия, которые можно описать схемой

$$\begin{cases} R_{i-1} = L_i \\ L_{i-1} = R_i \oplus f(L_i, K_i) \end{cases} \qquad i = 1, \ldots 16.$$

Алгоритм AES

Общие положения

AES представляет собой алгоритм шифрования 128-битных блоков данных ключами по 128, 192 и 256 бит. AES является упрощенной версией алгоритма Rijndael (этот алгоритм был разработан Винсентом Райманом и Йоан Дамен). Алгоритм Rijndael победил в конкурсе о выборе стандарта шифрования США и был видоизменен для большей стандартизации и назван AES. Алгоритм AES в 2002 году был объявлен стандартом шифрования.

[3] {x} число в шестнадцатеричной системе счисления.

Алгоритм оперирует байтами, которые рассматриваются как элементы конечного поля $GF(2^8)$. Напомним, что элементами поля $GF(2^8)$ можно описать множество многочленов, степень которых меньше 8, так, например, элементу-вектору (10001011) будет соответствовать многочлен $x^7 + x^3 + x + 1$. Поскольку мы работаем в поле, то зададим операции сложения и умножения: сложение $\oplus$ – суть операция поразрядного XOR.

Пример: $(x^7 + x + 1) \oplus (x^6 + x + 1) = x^7 + x^6$ ■; умножение $*$ – это операция умножения многочленов со взятием результата по модулю некоторого неприводимого многочлена и использованием операции XOR при приведении подобных членов. Авторы алгоритма рассматривают в качестве неприводимого многочлена $\varphi(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$.

Пример:

$((x^7 + x + 1) * (x^6 + x^4 + x^2 + x + 1)) \mod(x^8 + x^4 + x^3 + x + 1) = x^7 + x^6 + 1$. ■

Раундовые преобразования работают с четырехбайтовыми словами. Этому слову можно поставить в соответствие многочлен $a(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, где $a_i \in GF(2^8)$. Рассмотрим, как будет происходить сложение и умножение четырехбайтовых слов $a(x)$ и $b(x)$, где $a(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, $b(x) = b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$:

• сложение $a(x) + b(x) = (a_3 \oplus b_3)x^3 + (a_2 \oplus b_2)x^2 + (a_1 \oplus b_1)x + (a_0 \oplus b_0)$

• умножение $c(x) = a(x) \otimes b(x) = c_6x^6 + c_5x^5 + c_4x^4 + c_3x^3 + c_2x^2 + c_1x + c_0$,

где $c_6 = a_3 * b_3$ $\quad c_0 = a_0 * b_0$ $\quad c_5 = a_2 * b_3 \oplus b_2 * a_3$

$c_3 = a_0 * b_3 \oplus a_1 * b_2 \oplus a_2 * b_1 \oplus a_3 * b_0$ $\quad c_2 = a_0 * b_2 \oplus a_1 * b_1 \oplus a_2 * b_0$

$c_4 = a_3 * b_1 \oplus a_2 * b_2 \oplus a_1 * b_3$ $\quad c_1 = a_0 * b_1 \oplus a_1 * b_0$

Для того чтобы результат умножения был снова представлен в виде четырехбайтового слова, его надо взять по модулю многочлена $x^4 + 1$. Следовательно, в результате получим вектор $d(x) = d_3x^3 + d_2x^2 + d_1x + d_0$, где

$d_0 = a_3 * b_1 \oplus a_2 * b_2 \oplus a_1 * b_3 \oplus a_0 * b_0$ $\quad d_1 = a_0 * b_1 \oplus a_1 * b_0 \oplus a_2 * b_3 \oplus b_2 * a_3$

$d_2 = a_0 * b_2 \oplus a_1 * b_1 \oplus a_2 * b_0 \oplus a_3 * b_3$ $\quad d_3 = a_0 * b_3 \oplus a_1 * b_2 \oplus a_2 * b_1 \oplus a_3 * b_0$

Предварительная обработка данных

Промежуточные результаты преобразований, выполняемые в рамках алгоритма, называются состояниями (State). Состояние обычно представляют в виде прямоугольного массива байтов (а

именно 16 байтов, 4 строки и 4 столбца). Входные данные для шифра обозначаются как байты состояния в порядке $s_{00}, s_{10}, s_{20}, s_{30}, s_{01}, s_{11}, \ldots$

После завершения процесса шифрования выходные данные получаются из байтов состояния в том же порядке.

Ключ шифрования аналогичным образом представляется в виде прямоугольного байтового массива с 4 строками. Количество столбцов (Nk) равно длине ключа, деленному на 32 бита. Поскольку ключ так же, как и входной блок, подается в виде одномерного массива, то и заполнение байтовых массивов происходит одинаково: заполнение происходит вначале по столбцам, а затем по строкам.

Представление 128-битовой исходной строки $s_{00}, s_{10}, s_{20}, s_{30}, s_{01}, s_{11}, \ldots$ в виде массива. s_{ij}-байт

s_{00}	s_{01}	s_{02}	s_{03}
s_{10}	s_{11}	s_{12}	s_{13}
s_{20}	s_{21}	s_{22}	s_{23}
s_{30}	s_{31}	s_{32}	s_{33}

Представление 128-битового ключа $k_{00}, k_{10}, k_{20}, k_{30}, k_{01}, k_{11}, \ldots$ в виде массива. k_{ij}-байт

k_{00}	k_{01}	k_{02}	k_{03}
k_{10}	k_{11}	k_{12}	k_{13}
k_{20}	k_{21}	k_{22}	k_{23}
k_{30}	k_{31}	k_{32}	k_{33}

В зависимости от длины ключа количество раундов (итераций) будет различным (размер ключа 128 бит – 10 раундов; 196 бит – 12 раундов; 256 бит – 14 раундов).

Процесс шифрования

Общая схема шифрования алгоритма AES может быть представлена следующим рисунком (см. рис. 6).

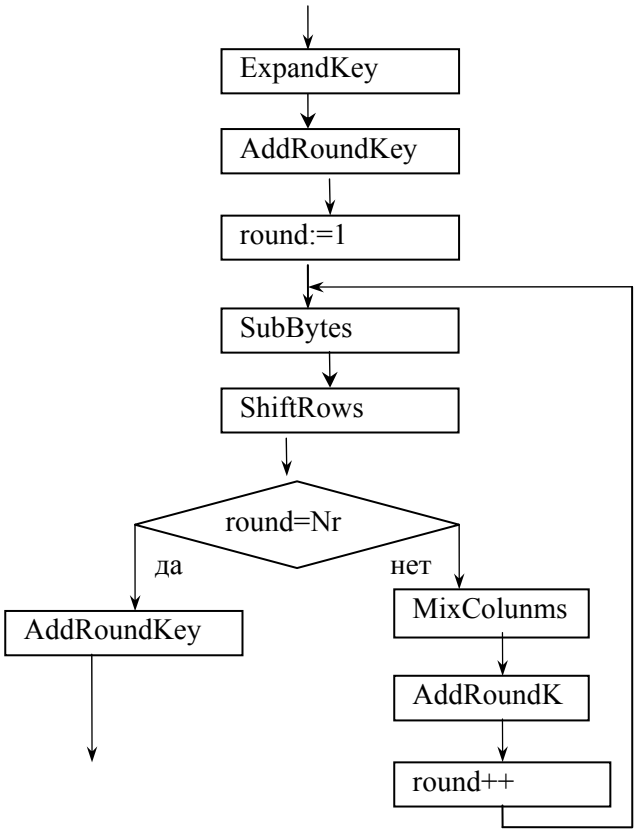


Рис. 6. Схема шифрования: *round* – текущий раунд; *Nr* – количество раундов; *ExpandKey* – вычисление ключей для всех раундов; *AddRoundKey* – сложение раундового ключа с состояниями (State); *SubBytes* – замены байтов с помощью побайтовой подстановки; *ShiftRows* – побайтовый циклический сдвиг строк массива State на различное количество байт; *MixColunms* – перемешивание столбцов из массива State

Опишем каждую процедуру более подробно.

Процедура SubBytes

Рассматриваемое преобразование заключается в замене каждого байта $\{xy\}$, которая выполняется с помощью S-блоков. В алгоритме два типа S-блоков. Один тип применяется для шифрования, а другой – для дешифрования. Таблица замены S-блока состоит из двух преобразований входного байта: 1. Вычисляется мультипликативно обратный элемент в поле $GF(2^8)$ и записывается как новый байт $x=(x_7,\ldots,x_0)$. По соглашению элемент $\{00\}$ переходит сам в себя. 2. Над полем $GF(2)$ применяется преобразование вида

$$\begin{bmatrix}\tilde{x}_0\\ \tilde{x}_1\\ \tilde{x}_2\\ \tilde{x}_3\\ \tilde{x}_4\\ \tilde{x}_5\\ \tilde{x}_6\\ \tilde{x}_7\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&0&0&0&1&1&1&1\\ 1&1&0&0&0&1&1&1\\ 1&1&1&0&0&0&1&1\\ 1&1&1&1&0&0&0&1\\ 1&1&1&1&1&0&0&0\\ 0&1&1&1&1&1&0&0\\ 0&0&1&1&1&1&1&0\\ 0&0&0&1&1&1&1&1\end{bmatrix} * \begin{bmatrix}x_0\\ x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\\ x_5\\ x_6\\ x_7\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1\\ 1\\ 0\\ 0\\ 0\\ 1\\ 1\\ 0\end{bmatrix}$$

Пример. Найдем замену для байтов {01},{02}

Элемент	{01}		{02}	
результат	в виде многочлена	в виде числа	в виде многочлена	в виде числа
1-е преобразование	1	{01}	$x^7 + x^3 + x^2 + 1$	10001101
2-е преобразование	$x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2$	{7c}	$x^6 + x^5 + x^4 + x^2 + x +$	{77}

Однако чаще пользуются уже готовой таблицей.

Таблица подстановок S процедуры SubBytes

		{y}															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	e	f
{x}		63	7c	77	7b	f2	6b	6f	c5	30	01	67	2b	fe	d7	ab	76
		ca	82	c9	7d	fa	59	47	f0	ad	d4	a2	af	9c	a4	72	c0
		b7	fd	93	26	36	3f	f7	cc	34	a5	e5	f1	71	d8	31	15
		04	c7	23	c3	18	96	05	9a	07	12	80	e2	eb	27	b2	75
		09	83	2c	1a	1b	6e	5a	a0	52	3b	d6	b3	29	e3	2f	84
		53	d1	00	ed	20	fc	b1	5b	6a	cb	be	39	4a	4c	58	cf
		d0	ef	aa	fb	43	4d	33	85	45	f9	02	7f	50	3c	9f	a8
		51	a3	40	8f	92	9d	38	f5	bc	b6	da	21	10	ff	f3	d2
		cd	0c	13	ec	5f	97	44	17	c4	a7	7e	3d	64	5d	19	73
		60	81	4f	dc	22	2a	90	88	46	ee	b8	14	de	5e	0b	db
		e0	32	3a	0a	49	06	24	5c	c2	d3	ac	62	91	95	e4	79
		e7	c8	37	6d	8d	d5	4e	a9	6c	56	f4	ea	65	7a	ae	08

		ba	78	25	2e	1c	a6	b4	c6	e8	dd	74	1f	4b	bd	8b	8a
		70	3e	b5	66	48	03	f6	0e	61	35	57	b9	86	c1	1d	9e
		e1	f8	98	11	69	d9	8e	94	9b	1e	87	e9	ce	55	28	df
		8c	a1	89	0d	bf	e6	42	68	41	99	2d	0f	b0	54	bb	16

Например, байт $\{xy\} = \{43\}$ заменится на байт $\{1a\}$.

Описание процедуры *SubBytes* завершено.

Процедура ShiftRows

Рассматриваемое преобразование заключается в циклическом сдвиге строк состояния (State). Каждая из ее строк сдвигается на свое число позиций. Первая строка остается неизменной. Во второй производится сдвиг на 1 байт, то есть первый байт переносится в конец. В третьей – сдвиг на 2 байта, в четвертой – на 3.

Пример

До процедуры *ShiftRows*			
{d4}	{e0}	{b8}	{1e}
{27}	{bf}	{b4}	{41}
{11}	{98}	{5d}	{52}
{ae}	{f1}	{e5}	{30}

После процедуры *ShiftRows*			
{d4}	{e0}	{b8}	{1e}
{bf}	{b4}	{41}	{27}
{5d}	{52}	{11}	{98}
{30}	{ae}	{f1}	{e5}

Описание процедуры *ShiftRows* завершено.

Процедура MixColunms

В этом преобразовании столбцы состояния (State) рассматриваются как многочлены над $GF(2^8)$ и умножаются по модулю $x^4 + 1$ на многочлен $g(x) = \{03\}x^3 + \{01\}x^2 + \{01\}x + \{02\}$. Это можно представить в матричном виде

$$\begin{bmatrix} s'_{0c} \\ s'_{1x} \\ s'_{2c} \\ s'_{3c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{0c} \\ s_{1c} \\ s_{2c} \\ s_{3c} \end{bmatrix}, \quad 0 \le c \le 3,$$

где c – номер столбца из State.

Пример. Применим процедуру *MixColunms* к вектору $(e0, b4, 52, ae)$, другими словами, мы должны вычислить $d(x) = a(x) \otimes g(x)$, где $a(x) = \{ae\}x^3 + \{52\}x^2 + \{b4\}x + \{e0\}$.

элемент из поля $GF(2^8)$	двоичный вектор	многочлен
{03}	(00000011)	$x+1$
{02}	(00000010)	x
{*ae*}	(10101110)	$x^7+x^5+x^3+x^2+x$
{52}	(01010010)	x^6+x^4+x
{*b*4}	(10110100)	$x^7+x^5+x^4+x^2$
{*e*0}	(11100000)	$x^7+x^6+x^5$

$d_0 = a_3 * g_1 \oplus a_2 * g_2 \oplus a_1 * g_3 \oplus a_0 * g_0 = \{ae\} \oplus \{52\} \oplus \{b4\} * \{03\} \oplus \{e0\} * \{02\} =$
$(x^7+x^5+x^3+x^2+x) \oplus (x^6+x^4+x) \oplus ((x+1)*(x^7+x^5+x^4+x^2)) \oplus (x*(x^7+x^6+x^5)) =$
$(x^7+x^5+x^3+x^2+x) \oplus (x^6+x^4+x) \oplus (x^7+x^6+x^2+x+1) \oplus (x^7+x^6+x^4+x^3+x+1) =$
$x^7+x^6+x^5 = (11100000) = \{e0\}.$

Напомним, что произведение многочленов $r(x)*h(x)$ берется по модулю $\varphi(x) = x^8+x^4+x^3+x+1.$

$d_1 = a_0 * g_1 \oplus a_1 * g_0 \oplus a_2 * g_3 \oplus g_2 * a_3 = \{e0\} \oplus (\{b4\} * \{02\}) \oplus (\{52\} * \{03\}) \oplus \{ae\} = \{cb\}$

$d_2 = a_0 * g_2 \oplus a_1 * g_1 \oplus a_2 * g_0 \oplus a_3 * g_3 = \{e0\} \oplus \{b4\} \oplus (\{02\} * \{52\}) \oplus (\{ae\} * \{03\}) = \{19\}$

$d_3 = a_0 * g_3 \oplus a_1 * g_2 \oplus a_2 * g_1 \oplus a_3 * g_0 = (\{e0\} * \{03\}) \oplus \{b4\} \oplus \{52\} \oplus (\{ae\} * \{02\}) = \{9a\}.$

В результате получили вектор $(e0, cb, 19, 9a)$ ■

Описание процедуры *MixColunms* завершено.

Процедура AddRoundKey

Данная процедура добавляет раундовый ключ к столбцам матрицы State посредством побитовой операции XOR: $[s'_{0c}, s'_{1c}, s'_{2c}, s'_{3c}] = [s_{0c}, s_{1c}, s_{2c}, s_{3c}] \oplus [w_{4*round+c}]$, где $0 \le c \le 3$ и w_i – столбцы ключа. Раундовый ключ вырабатывается из ключа шифрования посредством алгоритма выработки ключей (процедура ExpandKey).

Пример

таблица состояния State			
{04}	{e0}	{48}	{28}
{66}	{cb}	{f8}	{06}
{81}	{19}	{d3}	{26}
{e5}	{9a}	{7a}	{4c}

$\oplus$

раундовый ключ			
{a0}	{88}	{23}	{2a}
{fa}	{54}	{a3}	{6c}
{fe}	{2c}	{39}	{76}
{17}	{b1}	{39}	{05}

=

После процедуры *AddRoundKey*			
{a4}	{68}	{6b}	{02}
{9c}	{9f}	{5b}	{6a}
{7f}	{35}	{ea}	{50}
{f2}	{2b}	{43}	{49}

Описание процедуры *AddRoundKey* завершено.

Процедура ExpandKey

Процедура состоит из двух операций: 1) ключ шифрования преобразуется в расширенный ключ; 2) из расширенного ключа выбираются раундовые ключи.

Рассмотрим операции более подробно.

1. Расширенный ключ представляет собой массив $w[i]$ из $4(N_r+1)$ 4-байтовых слов. Формирование этого массива можно задать следующим псевдокодом:

```
KeyExpansion(byte key[4*Nk], word w[4*(Nr+1)],Nk)
begin
word temp
i = 0
while ( i < Nk )
    w[i] = word(key[4*i], key[4*i+1], key[4*i+2], key[4*i+3])
    i = i+1
end while
i = Nk
while ( i < 4*(Nr+1))
    temp = w[ i-1]
    if (i mod Nk = 0)
        temp = SubWord(RotWord(temp)) xor Rcon[ i/Nk]
    else if ( Nk > 6 and i mod Nk = 4)
            temp = SubWord(temp)
    end if
    w[i] = w[i-Nk] xor temp
    i = i+1
end while
end
```

Поясним функции, которые встретились в псевдокоде:

– функция *RotWord()* – осуществляет побайтовый сдвиг 32-разрядного слова по формуле $(a_0a_1a_2a_3) \to (a_1a_2a_3a_0)$;

– функция *SubWord()* – осуществляет побайтовую замену, используя подстановки из функции *SubBytes();*

– функция *Rcon[j]* возвращает 4-байтовое слово, старший байт в котором равен 2^{j-1}, по модулю $\varphi(x)$, другими словами, получим вектор $(2^{j-1}000000)$.

2. Выбор раундового ключа. Раундовый ключ i получается из слов массива раундового ключа от $w[4i]$ и до $w[4(i+1)]$.

Описание процедуры *ExpandKey* завершено.

Процесс дешифрования

При дешифровании все преобразования производятся в обратном порядке. Используются следующие обратные преобразования вместо соответствующих шифрующих (см. рис. 7).

Процедуры *ExpandKey* и *AddRoundKey* остаются неизменными. Ключи раунда используются в обратном порядке.

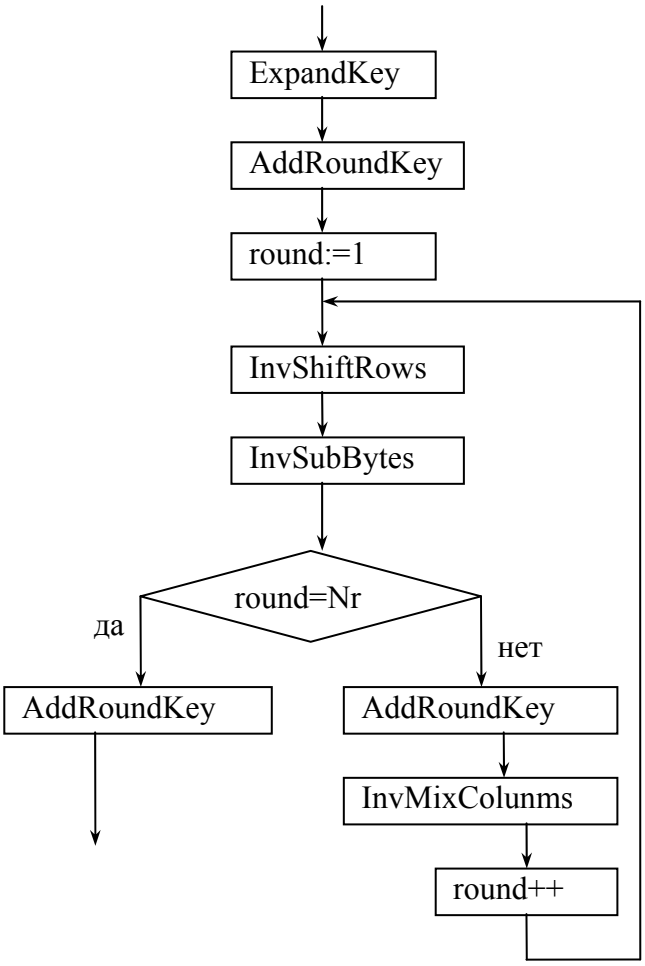


Рис. 7. Схема дешифрования: round – текущий раунд; *Nr* – количество раундов; *ExpandKey* – вычисление ключей для всех раундов; *AddRoundKey* – сложение раундового ключа с состояниями (State); *InvSubBytes* – подстановка байтов с помощью обратной таблицы подстановок; *InvShiftRows* – циклический сдвиг строк в форме (State) на различные величины; *InvMixColumns* – смешивание данных внутри каждого столбца формы State

Процедура InvSubBytes

Эта процедура аналогична процедуре *SubBytes*, только таблица подстановок имеет вид

x		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	e	f
y	0	52	09	6a	d5	30	36	a5	38	bf	40	a3	9e	81	f3	d7	fb
	1	7c	e3	39	82	9b	2f	ff	87	34	8e	43	44	c4	de	e9	cb
	2	54	7b	94	32	a6	c2	23	3d	ee	4c	95	0b	42	fa	c3	4e
	3	08	2e	a1	66	28	d9	24	b2	76	5b	a2	49	6d	8b	d1	25
	4	72	f8	f6	64	86	68	98	16	d4	a4	5c	cc	5d	65	b6	92
	5	6c	70	48	50	fd	ed	b9	da	5e	15	46	57	a7	8d	9d	84
	6	90	d8	ab	00	8c	bc	d3	0a	f7	e4	58	05	b8	b3	45	06
	7	d0	2c	1e	8f	ca	3f	0f	02	c1	af	bd	03	01	13	8a	6b
	8	3a	91	11	41	4f	67	dc	ea	97	f2	cf	ce	f0	b4	e6	73
	9	96	ac	74	22	e7	ad	35	85	e2	f9	37	e8	1c	75	df	6e
	a	47	f1	1a	71	1d	29	c5	89	6f	b7	62	0e	aa	18	be	1b
	b	fc	56	3e	4b	c6	d2	79	20	9a	db	c0	fe	78	cd	5a	f4
	c	1f	dd	a8	33	88	07	c7	31	b1	12	10	59	27	80	ec	5f
	d	60	51	7f	a9	19	b5	4a	0d	2d	e5	7a	9f	93	c9	9c	ef
	e	a0	e0	3b	4d	ae	2a	f5	b0	c8	eb	bb	3c	83	53	99	61
	f	17	2b	04	7e	ba	77	d6	26	e1	69	14	63	55	21	0c	7d

Такую табличную замену можно выполнить, применив к входному байту преобразование, обратное второму действию альтернативной операции SubBytes, после чего вычислить мультипликативно обратный элемент в поле $GF(2^8)$.

Описание процедуры *InvSubBytes* завершено.

Процедура InvShiftRows

Это преобразование обратно преобразованию *ShiftRows*. Первая строка формы (State) остается неизменной. Вторая строка циклически сдвигается вправо на 1 байт. Третья – на 2, четвертая – на 3.

Описание процедуры *InvShiftRows* завершено.

Процедура InvMixColunms

В этом преобразовании столбцы состояния (State) рассматриваются как многочлены над $GF(2^8)$ и умножаются по модулю x^4+1 на многочлен $z(x)=\{0b\}x^3+\{0d\}x^2+\{09\}x+\{0e\}.$ Это можно представить в матричном виде

$$\begin{bmatrix} s'_{0c} \\ s'_{1x} \\ s'_{2c} \\ s'_{3c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{0e\} & \{0b\} & \{0d\} & \{09\} \\ \{09\} & \{0e\} & \{0b\} & \{0d\} \\ \{0d\} & \{09\} & \{0e\} & \{0b\} \\ \{0b\} & \{0d\} & \{09\} & \{0e\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{0c} \\ s_{1c} \\ s_{2c} \\ s_{3c} \end{bmatrix}, \quad 0 \le c \le 3,$$

где c – номер столбца из State

Легко заметить, что

$$g(x) \otimes z(x) = (\{03\}x^3 + \{01\}x^2 + \{01\}x + \{02\}) \otimes (\{0b\}x^3 + \{0d\}x^2 + \{09\}x + \{0e\}) = \{01\}.$$

Алгоритм RC6

Алгоритм был предложен Рональдом Ривестом в 1988 году, принимал участие в конкурсе AES, где и прошел в финал.

Алгоритм имеет достаточно гибкую структуру, его параметрами, кроме секретного ключа K, являются: размер слова w 16, 32 или 64 бита, шифрование происходит блоками по 4 слова; количество раундов r; размер секретного ключа l в байтах.

Таким образом, конкретный тип реализации алгоритма обозначается по схеме $RC6-w/r/l$. Например, в конкурсе AES участвовал алгоритм $RC6-32/20/16$.

Введем следующие обозначения операций, которые используются в алгоритме: +, – сложение и вычитание по модулю 2^w; $\leftarrow$ операция присваивания; * умножение по модулю 2^w; $\oplus$ побитовое сложение по модулю 2; <<<, >>> циклический сдвиг влево или вправо на указанное число бит.

Процесс шифрования

Опишем процесс шифрования с помощью следующего псевдокода.

Вход: блок из четырех слов (a,b,c,d), раундовый ключ W.

Выход: зашифрованный блок (a,b,c,d).

$b \leftarrow b + W_0; \quad d \leftarrow d + W_1;$

$FOR \;\; i = 1,\ldots,r \;\; DO$

{

$t \leftarrow (b * (2b+1)) <<< \log_2 w;$

$u \leftarrow (d * (2d+1)) <<< \log_2 w;$

$a \leftarrow ((a \oplus t) <<< u) + W_{2i};$

$c \leftarrow ((c \oplus u) <<< t) + W_{2i+1}$;
$(a,b,c,d) \leftarrow (b,c,d,a)$;
}
$a \leftarrow a + W_{2r+2}$; $c \leftarrow c + W_{2r+3}$;
Return (a,b,c,d).
Процесс шифрования завершен.

Процесс дешифрования

Процесс дешифрования аналогичен процессу шифрования, следовательно, его также будет удобно представить в виде псевдокода.

Вход: блок из четырех слов (a,b,c,d), раундовый ключ W.
Выход: дешифрованный блок (a,b,c,d).
$c \leftarrow c - W_{2r+3}$; $a \leftarrow a - W_{2r+2}$;
$FOR \;\; i = r,\ldots,1 \;\; DO$
{
$(a,b,c,d) \leftarrow (d,a,b,c)$;
$t \leftarrow (b*(2b+1)) <<< \log_2 w$;
$u \leftarrow (d*(2d+1)) <<< \log_2 w$;
$a \leftarrow ((a - W_{2i}) >>> u) \oplus t$;
$c \leftarrow ((c - W_{2i+1}) >>> t) \oplus u$;
}
$d \leftarrow d - W_1$; $b \leftarrow b - W_0$;
Return (a,b,c,d).
Процесс дешифрования завершен.

Легко заметить, что процесс шифрования и дешифрования выполняется с помощью одного и того же раундового ключа длиной $2r+4$ слова. Рассмотрим процедуру формирования раунового ключа более подробно.

Формирование раундового ключа

Формирование ключа выполняется в два этапа:

• инициализация массива ключей $W_0,\ldots,W_{2r+3}$ производится следующим образом:

$W_0 \leftarrow P_w$;
$W_{i+1} \leftarrow W_i + Q_w$,

где P_w и Q_w – псевдослучайные константы, а именно первые w бит

двоичного разложения чисел w и $\phi - 1$ соответственно (где e – число Эйлера, а $\phi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$).

Можно построить таблицу зависимости псевдослучайных констант P_w и Q_w от размера слова w.

w	16	32	64
P_w	$\{b7e1\}$	$\{b7e15163\}$	$\{b7e151628aed2a6b\}$
Q_w	$\{9e37\}$	$\{9e3779b9\}$	$\{9e3779b97f4a7c15\}$

• циклически выполняются следующие действия:
$W_i \leftarrow (W_i + a + b) <<< 3;$
$a \leftarrow W_i;$
$K_j \leftarrow (K_j + a + b) <<< (a + b);$
$b \leftarrow K_j;$
$i \leftarrow i + 1 \mod 2r + 4;$
$j \leftarrow j + 1 \mod c,$
где i, j, a, b – временные переменные, их начальные значения равны нулю.

Процесс формирования раундового ключа завершен.

Управление ключами

Для успешного использования симметричных криптосистем пользователям необходимо как-то договориться о секретном ключе, т. е. найти путь управления ключами. При описании ключей можно говорить, что существует два типа ключей: статичный и сеансовый.

Статичный ключ. Так называют ключ, который используется в течение большого периода времени. Раскрытие статичного ключа обычно считается главной проблемой с потенциально катастрофическими последствиями.

Сеансовый (кратковременный) ключ применяется лишь малое время – от нескольких секунд до одного дня. Его обычно берут на вооружение для обеспечения конфиденциальности в одном сеансе связи. Раскрытие сеансового ключа может повлечь за собой лишь нарушение секретности сеанса и никоим образом не должно влиять на криптостойкость всей системы.

Распределение ключей между пользователями также может происходить различными путями: физическое распространение, распространение, основанное на симметричных криптосистемах, и распространение, основанное на асимметричных криптосистемах.

Управление ключами – это процесс, состоящий из следующих функций: генерация ключей; хранение ключей; распределение ключей; удаление ключей.

Можно сделать следующие утверждение: эффективность криптографической защиты определяется стойкостью используемых алгоритмов и надежностью протоколов[4] управления ключами.

Протоколы генерации ключей

Рассмотрим один из методов генерации сеансового ключа, использующий алгоритм DES.

Обозначения: $E_k(X)$ – результат шифрования алгоритмом DES значения X; K – ключ, зарезервированный для генерации секретных ключей (статичный ключ); V_0 – секретное 64-битовое начальное число; T – временная метка.

Случайный сеансовый ключ R_i генерируют, вычисляя значение $R_i = E_k(E_k(T) \oplus V_i)$.

Следующее значение V_{i+1} вычисляется так: $V_{i+1} = E_k(E_k(T) \oplus R_i)$.

Если необходим 128-битовый ключ, генерируют пару ключей R_i, R_{i+1} и объединяют их вместе.

Случайный ключ R_i следует регулярно менять, невыполнение этого требования может привести к его раскрытию и утечки информации.

Распределение ключей

Отметим, что можно говорить о существовании двух способов распределения ключей между пользователями: 1) протоколы, в которых стороны выполняют передачу ключей при непосред-

[4] Протокол – это последовательность шагов, которые предпринимают две или большее количество сторон для совместного решения некоторой задачи. Следует обратить внимание на то, что все шаги предпринимаются в порядке строгой очередности и ни один из них не может быть сделан прежде, чем закончится предыдущий.

ственном взаимодействии, то есть двусторонние протоколы (протоколы типа «точка-точка»); 2) протоколы с централизованным распределением ключей (протоколы с доверенным центром).

Протокол типа «точка-точка», основанный на симметричной криптосистеме

Предположим, что пользователи A и B обладают общей секретной информацией (секретным ключом k_{AB}). Тогда для передачи сеансового ключа можно выполнить одностороннюю передачу, заданную следующей символьной записью: $A \to B$: $E_{k_{AB}}(k,T,b)$, где $E_{k_{AB}}$ – алгоритм шифрования с ключом k_{AB}, k – сеансовый ключ, T – временная метка[5], b – идентификатор пользователя B. Зная секретный ключ k_{AB}, пользователь B легко может найти ключ k.

Передача временной метки и идентификатора пользователя выполняется по следующим причинам: передача временной метки позволяет надеяться, что злоумышленник не сможет осуществить повторную передачу того же сообщения пользователю A; передача же идентификатора получателя позволяет надеяться, что злоумышленник не сможет вернуть отправителю перехваченное сообщение.

Если дополнительно требуется аутентификация сеанса, то можно использовать протокол, состоящий из следующих действий:

Символьная запись	Пояснения
1. $B \to A$: r_B	r_B – случайное число, сгенерированное пользователем B и отправленное пользователю A
2. $A \to B$: $E_{k_{AB}}(k,r_B,T,b)$	

Приведем теперь протокол Шамира, который позволяет пользователям A и B безопасно обмениваться информацией P без использования какой-либо общей секретной информации. Он предполагает использование коммутативного симметричного шифра, для которого: $E_{k_A}(E_{k_B}(P)) = E_{k_B}(E_{k_A}(P))$, где E – шифрующее

[5] При использовании временной метки предполагается, что участники пытаются соблюдать синхронизацию часов.

преобразование, k_A – секретный ключ пользователя A, а k_B – секретный ключ пользователя B. Тогда трехшаговый протокол Шамира для передачи ключа k от A к B может быть реализован следующим образом:

Символьная запись	Пояснения
1. $A \to B$: $E_{k_A}(k)$	Пользователь A шифрует ключ k и передает результат пользователю B
2. $B \to A$: $E_{k_B}\left(E_{k_A}(k)\right)$	Пользователь B шифрует полученное сообщение и передает результат пользователю A
3. $A \to B$: $D_{k_A}\left(E_{k_B}\left(E_{k_A}(k)\right)\right)$, где D – дешифрующее преобразование	Пользователь A дешифрует полученное сообщение и передает результат пользователю B. В результате у пользователя B остается сообщение $E_{k_B}(k)$, которое он легко может дешифровать

Заметим, что в этом протоколе можно использовать не каждое коммутирующее преобразование E. Например, легко заметить, что для преобразования $E_{k_P}(P) = P \oplus k_P$ протокол оказывается заведомо нестойким. В этом случае протокол для передачи секретного ключа k от A к B будет выглядеть:

$A \to B$: $k \oplus k_A$,

$B \to A$: $k \oplus k_A \oplus k_B$,

$A \to B$: $k \oplus k_A \oplus k_B \oplus k_A = k \oplus k_B$,

и, перехватив все три сообщения, злоумышленник сможет восстановить секретный ключ k. Действительно, $(k \oplus k_A) \oplus (k \oplus k_A \oplus k_B) \oplus (k \oplus k_B) = k$.

Протоколы с централизованным распределением ключей

В рассматриваемом разделе будем предполагать, что в обмене закрытой информацией участвуют двое: пользователи A и B. Кроме того, предполагаем, что они прибегают к услугам доверенного лица S. Пользователи A и S обладают общей секретной информацией (секретным ключом k_{AS}), соответственно пользователи B и S обладают секретным ключом k_{BS}.

Протокол Нидхейма – Шредера. Для выработки сеансового ключа k_{AB} нужно выполнить следующие действия:

Символьная запись	*Пояснения*
1. $A \to S$: n_a	Пользователь A создает уникальную числовую вставку n_a и передает ее S
2. $S \to A$: $E_{k_{AS}}\left(n_a, b, k_{AB}, E_{k_{BS}}(k_{AB}, a)\right)$ где E – симметричное шифрующее преобразование, b – идентификатор пользователя B, a – идентификатор пользователя A	Доверенное лицо S генерирует ключ k_{AB} и посылает его пользователю A зашифрованным письмом. В письмо включается числовая вставка n_a, по которой пользователь A узнает, что полученное сообщение было послано в ответ на его запрос
3. $A \to B$: $E_{k_{BS}}(k_{AB}, a)$	Сеансовый ключ k_{AB} пересылается пользователю B
4. $B \to A$: $E_{k_{AB}}(n_b)$	Пользователь B создает уникальную числовую вставку n_b и передает ее A зашифрованным письмом. Пользователь B хочет удостовериться в пользователе A
5. $A \to B$: $E_{k_{AB}}(n_b - 1)$	Пользователь A убеждает в своей дееспособности

Основным недостатком протокола Нидхейма – Шредера является отсутствие временных меток. Следовательно, злоумышленник, найдя сообщения и ключи предыдущих сеансов, может попытаться использовать их вместо последних трех действий протокола Нидхейма – Шредера. В результате сможет обмануть пользователя B, выдав себя за A.

Приведем теперь протокол Цербера, в котором устранены недостатки присущие протоколу Нидхейма – Шредера. Для выработки сеансового ключа k_{AB} нужно выполнить следующие действия:

Символьная запись	*Пояснения*
1. $A \to S$: A, B	Пользователь A сообщает S, что хотел бы связаться с B
2. $S \to A$: $E_{k_{AS}}\left(t_s, l, k_{AB}, b, E_{k_{BS}}(t_s, l, k_{AB}, a)\right)$, где b – идентификатор пользователя B, a – идентификатор пользователя A, t_s – временная метка, l – время жизни ключа	Доверенное лицо S создает сообщение $E_{k_{BS}}(t_s, l, k_{AB}, a)$ и передает его A для передачи B. Пользователь A получает копию ключа k_{AB} в форме, которую он может

	прочесть.
3. $A \to B$: $E_{k_{BS}}(t_s, l, k_{AB}, a)$, $E_{k_{AB}}(a, t_a)$	Пользователь B, получив $E_{k_{BS}}(t_s, l, k_{AB}, a)$, легко может найти ключ k_{AB}. Клиент A, желая проверить возможность общения с B, посылает зашифрованную временную метку t_a
$B \to A$: $E_{k_{AB}}(t_a + 1)$	Проверив, что временная метка t_a является свежей, пользователь B отправляет временную метку $t_a + 1$, показывая, что готов к сеансу

Открытое распределение ключей

Открытое распределение ключей позволяет двум пользователям выработать общий секретный ключ путем динамического взаимодействия на основе обмена открытыми сообщениями без какой-либо общей секретной информации, распределенной заранее.

Протокол DIFFIE-HELLMAN

Предположим, что есть два пользователя A и B. Для того чтобы сгенерировать ключ, надо выполнить следующие 5 действий:

1. Пользователи A и B должны выбрать большое простое число n и g, где g должно быть образующим элементом мультипликативной группы $Z_n^* = \{1,2,\ldots,n-1\}$. Пользователи A и B могут открыто распространять информацию о n и g;

2. Пользователь A выбирает случайное большое целое число x и отправляет пользователю B величину $X = g^x \bmod n$;

3. Пользователь B выбирает случайное большое целое число y и отправляет пользователю A величину $Y = g^y \bmod n$;

4. Пользователь A вычисляет величину $k = Y^x \bmod n$;

5. Пользователь B вычисляет величину $\tilde{k} = X^y \bmod n$.

В результате у пользователей A и B появился один общий ключ $\tilde{k} = X^y \bmod n = g^{xy} \bmod n = Y^x \bmod n = g^{xy} \bmod n = k$

Однако следует отметить, что указанный протокол является уязвимым для атаки, называемой «человек в середине». Злоумышленник C может перехватить открытое значение, посылаемое от A к B, и послать вместо него своё открытое значение. Затем он может перехватить открытое значение, посылаемое от B к

A, и также послать вместо него своё открытое значение. Тем самым пользователь C получит общие секретные ключи от A и B.

Протокол MTI

Предположим, что есть два пользователя A и B. Для того чтобы сгенерировать ключ, надо выполнить следующие 6 действий:

1. Пользователи A и B должны выбрать большое простое число n и g, где g должно быть образующим элементом мультипликативной группы $Z_n^* = \{1,2,\ldots,n-1\}$. Пользователи A и B могут открыто распространять информацию о n и g;

2. Пользователи A и B должны сгенерировать секретные ключи a, $1 \le a \le n-2$, и b, $1 \le b \le n-2$ соответственно и публикуют свои открытые ключи $z_A = g^a \bmod n$ и $z_B = g^b \bmod n$;

3. Пользователь A выбирает случайное целое число x, $1 \le x \le n-2$ и отправляет пользователю B величину $X = g^x \bmod n$;

4. Пользователь B выбирает случайное большое целое число y, $1 \le y \le n-2$ и отправляет пользователю A величину $Y = g^y \bmod n$;

5. Пользователь A вычисляет величину $k = Y^a z_B^x \bmod n$;

6. Пользователь B вычисляет величину $\tilde{k} = X^b z_A^y \bmod n$.

В результате у пользователей A и B появился один общий ключ $\tilde{k} = \left(g^x\right)^b \left(g^a\right)^y = \left(g^y\right)^a \left(g^b\right)^x = k = g^{xb+ya} \bmod n$.

Пример. Реализуем протокол MTI.

1. Пусть $n = 13$, $g = 2$. Легко убедиться, что любой элемент группы $Z_{13}^* = \{1,2,\ldots,12\}$ является степенью числа $g = 2$;

2. Пользователь A генерирует число $a = 5$ и публикует $z_A = 2^5 \bmod 13 = 6$, соответственно пользователь B генерирует число $b = 3$ и публикует $z_B = 2^3 \bmod 13 = 8$;

3. Пользователь A генерирует число $x = 2$ и отправляет пользователю B величину $X = 2^2 \bmod 13 = 4$;

4. Пользователь B генерирует число $y = 4$ и отправляет пользователю величину $Y = 2^4 \bmod 13 = 3$;

5. Пользователь A на настоящий момент знает величины: $n, g, a, z_A, z_B, x, X, Y$. Пользователь A вычисляет величину $k = \left(Y^a z_B^x\right) \bmod n = \left(3^5 8^2\right) \bmod 13 = = (9 * 12) \bmod 13 = 4$;

6. Пользователь B на настоящий момент знает величины: $n, g, b, z_A, z_B, y, X, Y$. Пользователь B вычисляет величину $\tilde{k} = \left(X^b z_A^y\right) \bmod n = \left(4^3 6^4\right) \bmod 13 = = 12 * 9 \bmod 13 = 4$ ■

Схемы разделения секрета

Будем говорить, что t участников A_i $i = 1, \ldots, n$ (законных пользователя) хранят секрет c, $1 \le t \le n$, если выполняются следующие три условия:

1) каждый A_i знает некоторую информацию (частичный секрет) a_i, неизвестную любому другому участнику;

2) секрет c может быть легко вычислен на основе любых t частичных секретов $a_{i_1}, \ldots, a_{i_t}$;

3) знание любых $t-1$ частичных секретов a_i не дает такой возможности.

Схема разделения секрета включает два протокола: 1) протокол формирования частичных секретов и распределения их между пользователями; 2) протокол восстановления секрета группой пользователей.

В качестве примера рассмотрим пороговую схему Шамира. Для построения пороговой схемы (n,t) Шамир воспользовался многочленами вида $f(x) = b_{t-1} x^{t-1} + b_{t-2} x^{t-2} + \ldots + b_1 x + b_0$ в конечном поле. Секретным считается свободный член b_0. В качестве частных секретов выступают значение многочлена $f(x)$ в некоторых точках. Заметим, что любые t участников, воспользовавшись интерполяционной формулой Лагранжа, могут найти многочлен $f(x)$.

Пример. Построим пороговую схему $(3,5)$. В качестве конечного поля возьмем Z_{13}, а в качестве многочлена – $f(x) = \left(7x^2 + 8x + 11\right)$:

• протокол формирования частичных секретов состоит в вычислении $f(x)$

$a_1 = f(1) = 7 + 8 + 11 = 0 \pmod{13}$;

$a_2 = f(2) = 28 + 16 + 11 = 3 \pmod{13}$;

$a_3 = f(3) = 63 + 24 + 11 = 7 \pmod{13}$;

$a_4 = f(4) = 112 + 32 + 11 = 12 \pmod{13}$;

$a_5 = f(5) = 175 + 40 + 11 = 5 \pmod{13}$;

• протокол восстановления секрета группой пользователей. Чтобы восстановить $f(x)$ из трех частичных секретов a_2, a_3, a_5 решается система линейных уравнений:

$$\begin{cases} f(2) = 4b_2 + 2b_1 + b_0 = 3 \pmod{13} \\ f(3) = 9b_2 + 3b_1 + b_0 = 7 \pmod{13} \\ f(5) = 25b_2 + 5b_1 + b_0 = 5 \pmod{13} \end{cases}$$

Решением будут $b_2 = 7, b_1 = 8, b_0 = 11$.■

Криптоанализ

В криптоанализе занимаются задачами, обратными по отношению к задачам криптографии. Он ставит своей задачей в разных условиях получить дополнительные сведения о ключе шифрования, чтобы значительно уменьшить диапазон вероятных ключей. Взлом шифра совсем не обязательно подразумевает обнаружение способа, применимого на практике для восстановления открытого текста по перехваченному зашифрованному сообщению. Шифр считается взломанным, если в системе обнаружено слабое место, которое может быть использовано для более эффективного взлома, чем метод полного перебора ключей.

Перед тем как продолжить разговор о криптоанализе, естественно принять следующее соглашение: «Злоумышленник знает используемую криптосистему».

Сформулируем основные типы симметричного блочного криптоанализа.

Типы криптоанализа	*Данные, известные криптоаналитику*
Анализ только шифрованного текста	• Алгоритм шифрования • Подлежащий расшифровке шифрованный текст
Анализ с известным открытым текстом	• Алгоритм шифрования • Подлежащий расшифровке шифрованный текст • Одну или несколько пар $(pt, E_k(pt))$, где pt – открытый текст, $E_k(pt)$ – шифрованный текст, естественно для всех пар ключ шифрования одинаков

Анализ с избранным открытым шифром	• Алгоритм шифрования • Подлежащий расшифровке шифрованный текст • Выбранный криптоаналитиком открытый текст и соответствующий ему шифротекст

Легко заметить, что следует различать методы криптоанализа и типы криптоанализа. Например, к типу анализа только шифрованного текста можно отнести метод полного перебора и метод статистического криптоанализа. Лишь относительно слабые алгоритмы могут быть взломаны при анализе только шифрованного текста. Отметим, что задача криптоанализа является достаточно сложной.

Дифференциальный криптоанализ

Дифференциальный криптоанализ – метод криптоанализа симметричных блочных шифров, был предложен в 1990 году Эли Бихамом и Ади Шамиром. Дифференциальный криптоанализ работает с парами шифротекстов, открытые тексты которых содержат определенные отличия. Идея заключается в анализе процесса изменения несходства[6] для пары открытых тестов, в процессе прохождения через циклы шифрования с одним и тем же ключом. Проиллюстрируем идею на нескольких простых примерах.

Предположим, что шифр состоит из двух операций (**исключающее или** и подстановки S), как показано на рис. 8.

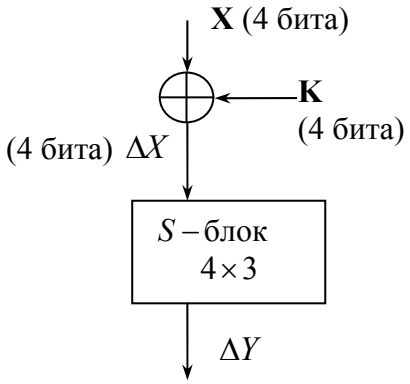


Рис. 8

Обозначения:

X_1, X_2 – исходные тексты;

$\Delta X = X_1 \oplus X_2$;

Y_1, Y_2 – шифрованные тексты;

$\Delta Y = Y_1 \oplus Y_2$;

K – ключ;

Таблица S – блока

вход	выход	вход	выход
0000	011	1000	100
0001	101	1001	110
0010	111	1010	001
0011	010	1011	011
0100	100	1100	101

[6] Для DES, например, термин «несходства» определяется с помощью операции **исключающего или.** Для других алгоритмов этот термин может определяться другим образом.

0101	110	1101	111
0110	001	1110	010
0111	111	1111	001

Доказано, что для любого заданного ΔX не все значения ΔY равновероятны, следовательно, возможно установить вероятностные отношения (построить таблицу зависимости ΔY от ΔX).

Строится таблица следующим образом. Диапазон изменения ΔX лежит в пределах 0001-1111. Каждое из значений ΔX может быть получено шестнадцатью возможными комбинациями векторов X_1 и X_2. Например, $\Delta X = 0001$ может быть получено

$\Delta X = X_1 \oplus X_2$	$\Delta X = X_1 \oplus X_2$	$\Delta X = X_1 \oplus X_2$	$\Delta X = X_1 \oplus X_2$
$0000 \oplus 0001$	$0010 \oplus 0011$	$0100 \oplus 0101$	$0110 \oplus 0111$
$0001 \oplus 0000$	$0011 \oplus 0010$	$0101 \oplus 0100$	$0111 \oplus 0110$
$1000 \oplus 1001$	$1010 \oplus 1011$	$1100 \oplus 1101$	$1110 \oplus 1111$
$1001 \oplus 1000$	$1011 \oplus 1010$	$1101 \oplus 1100$	$1111 \oplus 1110$

При этом при прохождении разных пар X_1, X_2 через *S*-блок могут получиться различные значения ΔY:

Зависимость ΔY от ΔX								
ΔY / ΔX	000	001	010	011	100	101	110	111
0001	0	0	8	2	0	2	4	0
0010	0	2	0	0	2	6	2	4
0011	0	2	2	2	2	2	0	6
0100	0	4	2	4	0	2	2	2
0101	4	4	0	6	0	2	0	0
0110	0	0	4	2	6	0	2	2
0111	0	2	0	0	6	2	6	0
1000	0	6	0	4	0	0	4	2
1001	2	2	0	6	2	4	0	0
1010	2	0	2	2	4	0	4	2
1011	2	2	2	0	4	2	4	0
1100	6	0	2	2	2	2	2	0
1101	4	0	6	0	2	0	4	0
1110	0	4	2	0	2	8	0	0
1111	2	0	2	2	0	0	0	10

Из таблицы легко заметить, что оптимальной парой $(\Delta X, \Delta Y)$ является пара (1111, 111). Теперь попытаемся найти ключ K. Для этого возьмем несколько пар открытых текстов (X_1, X_2), таких, что $\Delta X = 1111$. Пусть будут пары (0000,1111) и (0100,1011).

Пара $(X_1, X_2) = (0000,1111)$. Предположим, что мы получили пару $(Y_1, Y_2) = (001,110)$. Перейдем к анализу:

- $Y_1 = 001 \Rightarrow X_1 \oplus K = 0110$ или $X_1 \oplus K = 1010$, или $X_1 \oplus K = 1111$.

Следовательно, $K = 0110$ или $K = 1010$, или $K = 1111$.

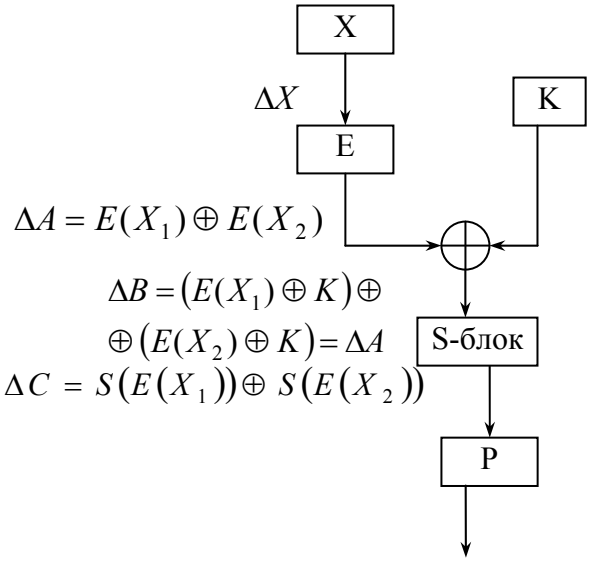
- $Y_2 = 110 \Rightarrow X_2 \oplus K = 0101$ или $X_2 \oplus K = 1001$. Следовательно, $K = 1010$ или $K = 0110$.

Пара $(X_1, X_2) = (0100,1011)$. Предположим, что мы получили пару $(Y_1, Y_2) = (010,101)$. Перейдем к анализу:

- $Y_1 = 010 \Rightarrow X_1 \oplus K = 0011$ или $X_1 \oplus K = 1110$. Следовательно, $K = 0111$ или $K = 1010$.
- $Y_2 = 101 \Rightarrow X_1 \oplus K = 0001$ или $X_1 \oplus K = 1100$. Следовательно, $K = 1010$ или $K = 0111$.

Вывод: один ключ, а именно $K = 1010$, встречается чаще остальных. Таким образом, можно предположить, что он и есть ключ шифрования. ■

2. Предположим, что рассматриваемый симметричный блочный шифр состоит из одного раунда.



Обозначения:
X_1, X_2 – исходные тексты;
$\Delta X = X_1 \oplus X_2$;
Y_1, Y_2 – шифрованные тексты;
$\Delta Y = Y_1 \oplus Y_2$;
K – ключ;
E – перестановка с расширением;
P – блок перестановки;
S – блок замены

Криптоаналитик задает пару (X_1, X_2) с несходством ΔX. Выходы (Y_1, Y_2) ему известны, следовательно, известна ΔY. Взломщик знает перестановку с расширением E и Р-блок, а следовательно, и ΔA и ΔC. Значения на выходе сумматора по модулю 2 неизвестны, однако известно ΔB. Заметим, что для любого заданного ΔA не все значения ΔC равновероятны. Комбинация ΔC и ΔA позволяет предположить значение битов для $E(X_1) \oplus K$ и $E(X_2) \oplus K$. Напомним, что $E(X_1)$ и $E(X_2)$ известны, следовательно, можем найти информацию о K.■

Отметим, что способ вскрытия циклового ключа по набору выходов и разности входов для каждого шифра индивидуален, а дифференциальный криптоанализ по существу является методом, который может быть адаптирован к конкретному шифру.

Пример. Предположим, что последовательность шифрующих операций такова: два раза выполняется цикл (сложение, подстановка, перестановка), затем сложение, подстановка, сложение, как показано на рис. 4.

Рис. 4

Обозначения:
X – исходный 9-битовый блок;
K – 9-битовый ключ;

таблица S (таблица подстановок)			
вход	выход	вход	выход
000	111	100	010
001	000	101	001
010	110	110	011
011	101	111	100

таблица Р (таблица перестановок)			
входящий бит	выходящий бит	входящий бит	выходящий бит
1	1	6	8
2	4	7	3
3	7	8	6
4	2	9	9
5	5		

– Проанализируем S-блок замены и построим таблицу зависимости выходной разности блок замены ΔC от входной разности того же блока ΔA. В результате получим таблицу

таблица M (зависимость ΔC от ΔA)								
ΔC / ΔA	000	001	010	011	100	101	110	111
000	8	0	0	0	0	0	0	0
001	0	0	0	4	0	0	0	4
010	0	4	0	0	0	4	0	0
011	0	0	4	0	0	0	4	0
100	0	4	0	0	0	4	0	0
101	0	0	4	0	0	0	4	0
110	0	0	0	0	8	0	0	0
111	0	0	0	4	0	0	0	4

Для одного блока перестановки в одном раунде легко можно найти оптимальнst пары $(\Delta A, \Delta C) = (110,100)$ и $(\Delta A, \Delta C) = (000,000)$. Возьмем $\Delta A_1 = 110000000$, $\Delta A_2 = 000000001$, $\Delta A_3 = 111001000$[7].

Используя таблицу M, рассмотрим, что будет происходить с предложенными разностями при прохождении их по раундам алгоритма

Рассматриваемая разность	$\Delta A_1 = 110000000$	$\Delta A_2 = 000000001$		$\Delta A_3 = 111001000$
Вход в блоки замены 1-го раунда	110000000	000000001		111001000
Возможные выходы из блоков замены 1-го раунда	100000000	000000011	000000111	011011000, 011111000, 111011000, 111111000
Возможные входы в блоки замены 2-го раунда	100000000	000001001	001001001	zz0110110
Возможные выходы из блоков замены 2-го раунда	001000000, 101000000	000011011, 000011111, 000111011, 000111111	011011011, 011011111, 011111011, 011111111, 111011011, 111011111, 111111011, 111111111	000100100 : zz=00 001100100 : zz=01 101100100 : zz=01 001100100 : zz=10 101100100 : zz=01 100100100 : zz=11

[7] Можно взять $\Delta A_3 = 110110110$, но тогда на вход блока замены третьего раунда поступит разность z00100100, где z – неизвестный символ.

Возможные входы в блоки замены 3-го раунда	000000100, 100000100	000011011, 001011011, 010011011, 011011011	000111111, 001111111, 010111111, 011111111, 100111111, 101111111, 110111111, 111111111	011000000 011000000 111000100 011000000 111000100 111000000
	На вход блока замены 3-го раунда поступит разность z00000100, где z – неизвестный символ	На вход блока замены 3-го раунда поступит разность zzzz11z11, где z – неизвестный символ		На вход блока замены 3-го раунда поступит разность z11000z00, где z – неизвестный символ

Предположим, что нам известны некоторые результаты шифрования:

	$\Delta A_1 = 110000000$			$\Delta A_2 = 000000001$			$\Delta A_3 = 111001000$	
№	X_1	Y_1	№	X_1	Y_1	№	X_1	Y_1
1	001000000	101010101	1	000000000	000010010	1	000000000	000010010
2	010000000	101010100	2	111111111	000000000	2	010000000	101010100
№	X_2	Y_2	№	X_2	Y_2	№	X_2	Y_2
1	111000000	000010000	1	000000001	011101101	1	111001000	010010011
2	100000000	000010001	2	111111110	011011011	2	101001000	010010100

Рассмотрим предложенные значения входной разности

- $\Delta A_1 = 110000000$

– Проанализируем пару текстов $(X_1, X_2) = (001000000, 111000000)$ и соответствующую пару шифров $(Y_1, Y_2) = (101010101, 000010000)$. Легко заметить, что $\Delta C = Y_1 \oplus Y_2 = 101000101$. Ненулевое значение разностей будет только на выходе блоков S_{31} и S_{33}. Входная разность на блоках S_{31} и S_{33} равна 100 (если бы входная разность на блоках была 000, то на выходе из блоков тоже бы получили нулевые значения).

Разность, равную 100, можно получить следующими способами:

Возможные входы для разности 100				Соответствующие выходы			
1	000⊕100	5	100⊕000	1	111⊕010=101	5	010⊕111=101
2	001⊕101	6	101⊕001	2	000⊕001=001	6	001⊕000=001
3	010⊕110	7	110⊕010	3	110⊕011=101	7	011⊕110=101
4	011⊕111	8	111⊕011	4	101⊕100=001	8	100⊕101=001

На выходе блоков находится значение разности 101, оно могло быть получено, если использовались пары под номерами 1, 3, 5, 7. Легко заметить, что для выходов блоков S_{31}, S_{33} с учетом шифров могут выполняться следующие равенства:

$111 \oplus K_i$=000	$111 \oplus K_i$=101	$110 \oplus K_i$=000	$110 \oplus K_i$=101
$010 \oplus K_i$=101	$010 \oplus K_i$=000	$011 \oplus K_i$=101	$011 \oplus K_i$=000

Подключ K_1 и K_3 могут принимать одно из следующих значений: 111, 110, 011, 010.

– Проанализируем пару текстов $(X_1, X_2) = (010000000, 100000000)$ и соответствующую пару шифров $(Y_1, Y_2) = (101010100, 000010001)$, $\Delta C = 101000101$. Ненулевое значение разностей будет на выходах блоков S_{31} и S_{33}. На вход этих блоков подается входная разность, равная 100. Аналогично предыдущим рассуждениям можно утверждать, что подключ K_1 может принимать одно из следующих значений:111, 110, 011, 010. Напомним, что выход блока S_{33} складывается с подключом K_3, в результате получается известный шифртекст и следующие равенства:

$111 \oplus K_3$=100	$111 \oplus K_3$ =001	$110 \oplus K_3$ =100	$110 \oplus K_3$ =001
$010 \oplus K_3$=001	$010 \oplus K_3$ =100	$011 \oplus K_3$ =001	$011 \oplus K_3$ =100

Подключ K_3 может принимать одно из следующих значений: 011, 110, 111, 010.

- $\Delta A_2 = 000000001$

– Проанализируем пару текстов $(X_1, X_2) = (000000000, 000000001)$ и соответствующую пару шифров $(Y_1, Y_2) = (000010010, 011101101)$, $\Delta C = 011111111$. Рассмотрим блоки S_{32} и S_{33}(на выходе и входе блоков S_{32} и S_{33} находится разность 111).

Разность, равную 111, можно получить следующими способами:

Возможные входы для разности 111				Соответствующие выходы			
1	000⊕111	5	111⊕000	1	111⊕100=011	5	100⊕111=011
2	010⊕101	6	101⊕010	2	110⊕001=111	6	001⊕110=111
3	001⊕110	7	110⊕001	3	000⊕011=011	7	011⊕000=011
4	011⊕100	8	100⊕011	4	101⊕010=111	8	010⊕101=111

На выходе блоков находится значение разности 111, оно могло быть получено, если использовались пары под номерами 2, 4, 6, 8. Легко заметить, что для выходов блока S_{32} и S_{33} с учетом шифров могут выполняться следующие равенства:

$110 \oplus K_i = 010$	$110 \oplus K_i = 101$	$101 \oplus K_i = 010$	$101 \oplus K_i = 101$
$001 \oplus K_i = 101$	$001 \oplus K_i = 010$	$010 \oplus K_i = 101$	$010 \oplus K_i = 010$

Подключи K_2 и K_3 могут принимать одно из следующих значений: 100, 011, 111, 010

Ранее нами были определены еще четыре возможных варианта подключа K_3: 011, 110, 111, 010. Как видно, совпадают только три возможных подлюча, а именно: 011,111, 010, а значит, один из них и является истинным.

– Проанализируем пару текстов $(X_1, X_2) = (111111111, 111111110)$ и соответствующую пару шифров $(Y_1, Y_2) = (000000000, 011011011)$, $\Delta C = 011011011$. Рассмотрим блоки S_{32} и S_{33}(на выходе блоков S_{32} и S_{33} находится разность 011, а на входе – разность 111).

Легко заметить, что для выходов блока S_{32} и S_{33} с учетом шифров могут выполняться следующие равенства:

$111 \oplus K_i = 011$	$111 \oplus K_i = 000$	$000 \oplus K_i = 011$	$000 \oplus K_i = 000$
$100 \oplus K_i = 000$	$100 \oplus K_i = 011$	$011 \oplus K_i = 000$	$011 \oplus K_i = 011$

Подключи K_2 и K_3 могут принимать одно из следующих значений: 100, 111, 011, 000.

Ранее нами были определены еще четыре возможных варианта подключа K_2: 100, 011, 111, 010. Как видно, совпадают только три возможных подлюча, а именно: 100, 111, 011, а значит, один из них и является истинным. Истинным подключом K_3 является 011 или 111.

- $\Delta A_3 = 111001000$

– Проанализируем пару текстов $(X_1, X_2) = (000000000, 111001000)$ и соответствующую пару шифров $(Y_1, Y_2) = (000010010, 010010011)$ $\Delta C = 010000001$. Рассмотрим блок S_{31} (на выходе блока находится разность 010, на входе блока находится разность 011).

Возможные входы для разности 011				Соответствующие выходы			
1	000⊕011	5	011⊕000	1	111⊕101=010	5	101⊕111=010
2	010⊕001	6	001⊕010	2	110⊕000=110	6	000⊕110=110
3	100⊕111	7	111⊕100	3	010⊕100=110	7	100⊕010=110
4	101⊕110	8	110⊕101	4	001⊕011=010	8	011⊕001=010

Легко заметить, что для выходов блока S_{31} с учетом шифров могут выполняться следующие равенства:

$101 \oplus K_1$=010	$101 \oplus K_1$=000	$011 \oplus K_1$=000	$011 \oplus K_1$=010
$111 \oplus K_1$=000	$111 \oplus K_1$=010	$001 \oplus K_1$=010	$001 \oplus K_1$=000

Подключ K_1 может принимать одно из следующих значений: 111, 101, 011, 001. Ранее нами были определены еще четыре возможных варианта подключа K_1: 011, 110, 111, 010. Как видно, совпадают только два возможных подлюча, а именно: 011,111, а значит один из них и является истинным.

Рассмотрим блоки S_{33}(на выходе блока находится разность 001, на входе блока находится разность 100).

Возможные входы для разности 100				Соответствующие выходы			
1	000⊕100	5	100⊕000	1	111⊕010=101	5	010⊕111=101
2	001⊕101	6	101⊕001	2	000⊕001=001	6	001⊕000=001
3	010⊕110	7	110⊕010	3	110⊕011=101	7	011⊕110=101
4	011⊕111	8	111⊕011	4	101⊕100=001	8	100⊕101=001

Легко заметить, что для выходов блока S_{33} с учетом шифров могут выполняться следующие равенства:

$000 \oplus K_3$=010	$000 \oplus K_3$=011	$100 \oplus K_3$=010	$100 \oplus K_3$=011
$001 \oplus K_3$=011	$001 \oplus K_3$=010	$101 \oplus K_3$=011	$101 \oplus K_3$=010

Подключ K_3 может принимать одно из следующих значений: 010, 011, 110, 111.

– Проанализируем пару текстов (X_1, X_2)=(010000000, 101001000) и соответствующую пару шифров (Y_1, Y_2)=(101010100, 010010100) $\Delta C = 111000000$. Рассмотрим блок S_{31} (на выходе блока S_{31} находится разность 111, а на входе блока находится разность 111).

Возможные входы для разности 111				Соответствующие выходы			
1	000⊕111	5	111⊕000	1	111⊕100=011	5	100⊕111=011
2	010⊕101	6	101⊕010	2	110⊕001=111	6	001⊕110=111
3	001⊕110	7	110⊕001	3	000⊕011=011	7	011⊕000=011
4	011⊕100	8	100⊕011	4	101⊕010=111	8	010⊕101=111

Легко заметить, что для K_1 с учетом шифров могут выполняться следующие равенства:

$110 \oplus K_1 = 010$	$110 \oplus K_1 = 101$	$101 \oplus K_1 = 010$	$101 \oplus K_1 = 101$
$001 \oplus K_1 = 101$	$001 \oplus K_1 = 010$	$010 \oplus K_1 = 101$	$010 \oplus K_1 = 010$

Подключ K_1 может принимать одно из следующих значений: 100, 011, 111, 000.

Таким образом, у нас есть 12 возможных значений ключа из всех 512 возможных комбинаций. При последующей их проверке можно убедиться, что ключ $K = 111111111$. ■

Список литературы

1. Зензин, О. С. Стандарт криптографической защиты / О. С. Зензин, М. А. Иванов. – М.: AES/Кудиц-Образ, 2003.

2. Панасенко, С. Алгоритмы шифрования: специальный справочник / С. Панасенко. – СПб.: БХВ-Петербург, 2009.

3. Смарт, Н. Криптография / Н. Смарт. – М.: Техносфера, 2005.

4. Бабаш, А. В. Криптография / А. В. Бабаш. – М.: Соломон-Пресс, 2007.

5. Романец, Ю. В. Защита информации в компьютерных системах и сетях / Ю. В. Романец, П. А. Тимофеев. – М.: Радио и связь, 2001.

Математические методы защиты информации

Часть 2