Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

В. Я. Трофимец
А. В. Коновалова

ОСНОВЫ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Учебное пособие

Рекомендовано
Научно-методическим советом университета
для студентов, обучающихся по направлению Экономика

Ярославль
ЯрГУ
2013

УДК 336(075.8)
ББК У9(2)26я73
Т 76

Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2013 года

Рецензенты:

Аникин А. В., кандидат экономических наук, доцент,
заместитель директора по учебной работе
Ярославского филиала НОУ ВПО «Институт управления»;
кафедра экономики и менеджмента Ярославского филиала
Академии труда и социальных отношений

Т 76 **Трофимец, В. Я. Основы финансовых вычислений :** учебное пособие / В. Я. Трофимец, А. В. Коновалова ; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль : ЯрГУ, 2013. – 116 с.

ISBN 978-5-8397-0942-3

В учебном пособии рассмотрены вопросы классической финансовой математики, в доступной форме изложены количественные методы анализа финансовых и кредитных операций, оценки потоков платежей, методы анализа инвестиционных проектов. Включены упражнения и задачи, на практических примерах раскрыта технология компьютерной реализации рассматриваемых методов анализа и моделирования с использованием табличного процессора MS Excel.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению 080100.62 Экономика (дисциплина «Основы финансовых вычислений», цикл Б2), очной, очно-заочной и заочной форм обучения.

УДК 336(075.8)
ББК У9(2)26я73

ISBN 978-5-8397-0942-3

1. Процентные ставки и методы их начисления

1.1. Понятие финансовых вычислений

Финансовыми вычислениями называются расчеты, производимые с данными, выраженными в стоимостной оценке, или производными от них.

Как и большинство расчетов, выполняемых в экономической среде, финансовые вычисления связаны с определением эффективности финансово-коммерческих сделок с целью принятия управленческих решений.

Ключевой особенностью финансовых вычислений является принятие во внимание концепции временной стоимости денег.

Финансовые вычисления основываются на следующих законах:

1) любое решение финансового характера должно основываться на принципе экономической целесообразности;

2) проявлением данной экономической целесообразности является получение дохода от финансовой сделки;

3) следствием неиспользования (бездействия) любого финансового ресурса (в том числе денежных средств) являются прямые и косвенные издержки.

Прямые издержки связаны с обесценением денежных средств вследствие инфляционных процессов. Покупательная способность денег с течением времени падает, т. е. в будущем потребуется больше денежных средств для приобретения аналогичных ценностей. К примеру, предприятие располагает 1 млн руб. свободных денежных средств. При индексе инфляции 10 % в год предприятию потребуется 1,1 млн руб. для поддержания стабильного финансирования своей деятельности. В то же время текущая покупательная способность 1 млн руб. через год при том же индексе инфляции оценивается как 909 тыс. руб.

Косвенные издержки связаны с обращением капитала и упущенной выгодой при возможном инвестировании средств. Денежные средства, функционирующие в экономической среде, являются активом, а следовательно, должны приносить доход. Например, при наличии возможности выбора получения дохода сегодня и через год по 1 млн руб. или 2 млн руб. через год очевидной является рациональность выбора первого варианта: 1 млн можно реинвестировать уже сейчас и получить дополнительный доход.

Итак, базовой концепцией финансового менеджмента является ***принцип оценки денег во времени.*** Сущность данной концепции заключается в том, что денежная единица, имеющаяся сегодня, и денежная единица, ожидаемая к получению через какое-то время, неравноценны: денежная единица в будущем всегда обладает меньшей ценностью, чем денежная единица сегодня. Это значит, что в момент времени в будущем для осуществления привычных операций нам потребуется больше денег, чем в текущий момент времени.

Из этого базового принципа вытекает необходимость оценки всех денежных поступлений и платежей в едином формате времени. В противном случае данные суммирования будут некорректно отражать стоимость финансовых сделок.

Принцип ценности денег во времени используется во всех базовых вычислениях инвестиционно-финансового характера: оценке эффективности инвестиционных проектов, в ссудных операциях, операциях на рынке ценных бумаг, при оценке бизнеса и т. д.

В финансовом менеджменте фактор времени учитывается с помощью методов дисконтирования и наращения, которые в свою очередь базируются на технике процентных вычислений.

Идея учета фактора времени зародилась еще в XVI в.: известные математики Я. Тренчен и Н. Стевин разработали и опубликовали таблицы сложных процентов, причем именно Стевин впервые высказал идею о возможности использования чистой дисконтированной стоимости при оценке финансовых инвестиций. Однако идея получила свое развитие лишь в XIX в.: в 1887 г. американский инженер А. Веллингтон опубликовал работу, в которой обосновывал целесообразность сопоставления дисконтированных притоков и оттоков денежных средств. Идея учета фактора времени также нашла отражение в работе Ф. Мора, посвященной оценке гудвилла, и трудах А. Маршалла и И. Фишера при изложении логики и техники бюджетирования капиталовложений и оценки инвестиционных альтернатив.

Экономический смысл метода ***компаундирования (наращения)*** состоит в определении величины денежных средств, которая может быть получена из первоначально инвестированной (текущей) суммы в результате проведения операции.

Дисконтирование (приведение) представляет собой процесс оценки величины денежных средств в текущем моменте времени по ее известному или прогнозируемому значению в будущем, исходя из заданной процентной ставки. Используемую при этом процентную ставку называют ***нормой дисконта*** или ***ставкой дисконтирования***.

Обозначим величину первоначальной денежной суммы как *PV* (от англ. Present Value – текущая оценка/стоимость); а наращенную сумму в будущем – как *FV* (от англ. Future Value – оценка в будущем, будущая стоимость). Таким образом, процесс наращения позволяет получить оценку *FV*, которая ожидается в будущем при инвестировании в текущий момент времени суммы *PV*. Дисконтирование позволяет дать оценку ценности ожидаемой суммы с позиции более раннего момента времени (как правило, текущего) и учета принципа ценности денег во времени. В известном смысле *PV* и *FV* равны, т. е. данные величины отражают количественное изменение одной и той же суммы денег в течение заданного промежутка времени. Т. е. *PV* является более осторожной оценкой *FV*, и чем выше ставка и больше базисных периодов между текущим моментом времени и моментом времени в будущем, тем больше различие между *PV* и *FV*.

Процесс наращения и процесс дисконтирования являются обратными, разнонаправленными процессами, которые согласуются логически и алгоритмически (рис. 1.1).

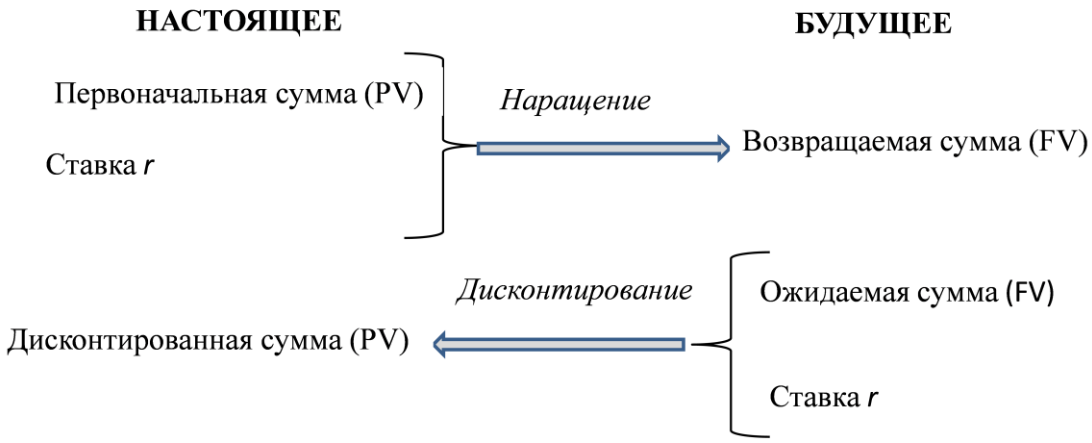

Рис. 1.1. Сущность операций наращения и приведения

Дисконтирование и наращение обеспечивают сопоставление величин *PV* и *FV* с учетом фактора времени и предполагаемой (требуемой) нормы доходности. Поскольку продолжительность операции, как правило, предопределена, осторожность в оценке денежных сумм в различные моменты времени достигается за счет варьирования процентной ставкой, причем чем выше значение ставки, тем более осторожно оценивается ценность денежных средств.

1.2. Виды процентных ставок

Ясно, что сущность финансовой сделки состоит в получении экономической выгоды, которая может быть выражена количественно. Количественное выражение эффективности финансовой сделки проявляется прежде всего в форме ***процента***.

В экономической сфере ***процент*** представляет собой доход от предоставления капитала в долг в различных формах (ссуды, кредиты) либо от инвестиций производственного и финансового характера (имеет стоимостное измерение), т. е. процент – абсолютный показатель доходности сделки. При соотнесении суммы процентного дохода с инвестированной суммой возникает понятие относительного показателя доходности сделки – ***процентная ставка***.

Процентная ставка – величина, характеризующая интенсивность начисления процентов, выраженная в процентах или сотых долях от суммы долга.

Следует отметить, что процент в экономической сделке трактуется сторонами сделки прямо противоположно: для кредитора процент выражает доход от сделанной им инвестиции, для дебитора (заемщика) процент представляет собой стоимость кредита, а значит, расценивается как издержки по сделке.

Процентная ставка не только выражает цену финансовых ресурсов, она выступает прежде всего в качестве измерителя нормы доходности финансовых операций.

Рассмотрим другие базовые понятия финансовой сделки.

Интервал начисления – минимальный период, по прошествии которого происходит начисление процентов.

Период начисления – период, на который деньги предоставлены в долг или инвестированы (включает, как правило, несколько интервалов начисления).

Существуют две концепции начисления процентов.

Декурсивный способ – проценты начисляются в конце каждого интервала начислений. Их величина определяется исходя из величины предоставляемого капитала.

Декурсивная (или ***ссудная) процентная ставка*** – выраженное в процентах отношение суммы начисленного процента за определенный интервал дохода к сумме, имеющейся на начало данного интервала или к первоначально инвестированной сумме.

Антисипативный способ (предварительный) – процент начисляется в начале каждого интервала начислений. Сумма процентных денег определяется исходя из наращенной суммы.

Антисипативная (учетная, дисконтная, дисконт) процентная ставка – выраженное в процентах отношение суммы дохода, выплачиваемого за определенный интервал к величине наращенной суммы.

Наиболее широкое распространение в мировой практике получил декурсивный процент. Антисипативный метод целесообразно применять в условиях инфляции.

В обоих случаях начисления процентов процентные ставки могут быть ***простыми*** и ***сложными.***

Простые процентные ставки применяются к одной и той же первоначальной денежной сумме в течение всего периода начисления. Как правило, простые проценты применяются в краткосрочных финансовых операциях.

Сложные процентные ставки применяются к наращенной сумме, начисленной за предыдущий интервал. В этом случае происходит капитализация процентов по мере начисления процентов, что подразумевает, что база, с которой начисляются проценты, все время возрастает.

Если объединить описанные принципы, можно выделить четыре разновидности процентных ставок:

1) простой ссудный процент;
2) сложный ссудный процент;
3) простой учетный процент;
4) сложный учетный процент.

Введем обозначения:

FV – наращенная сумма;

PV – величина первоначальной денежной суммы;

n – количество интервалов начисления;

i – простая ссудная процентная ставка;

ic – сложная ссудная процентная ставка;

I – общая сумма ссудных процентов, начисленных за весь период начисления;

d – простая учетная процентная ставка;

dc – сложная учетная процентная ставка;

D – сумма учетных процентов, начисленных за весь период начисления, дисконт.

Заметим, что *FV, PV* – величины, относящиеся к моментам времени, а остальные величины *i, ic, d, dc, I, D, n* – интервальные, относящиеся к промежутку времени (сроку финансовой сделки).

Рассмотрим порядок выведения формулы для расчета ***простых ссудных процентов.***

Согласно определению ссудного процента, наращенная сумма определяется по формуле:

$$FV = PV + I\,. \tag{1.1}$$

Общая величина процентных денег за весь период начисления рассчитывается следующим образом:

$$I = PV \cdot n \cdot i\,. \tag{1.2}$$

Применяя формулы (1.1) и (1.2), получим формулу определения наращенной суммы:

$$FV = PV + PV \cdot n \cdot i = PV(1 + n \cdot i). \tag{1.3}$$

♦ *Замечание.* Формулу (1.3) можно использовать только для целого числа лет n, в противном случае необходимо пользоваться формулами смешанных вычислений.

Если финансовая операция длится меньше года, то формула расчета наращенной суммы имеет вид:

$$FV = PV(1 + \frac{\sigma}{K} i), \tag{1.4}$$

где σ – продолжительность финансовой операции в днях;

K – продолжительность финансового года.

На практике нередко возникает обратная задача: исчислить величину суммы PV, зная ее будущий эквивалент FV. В этом случае сумма PV называется современной (текущей, приведенной) величиной суммы FV.

Рассмотренные формулы (1.3) и (1.4) раскрывают суть операции компаундирования (наращения) первоначальной суммы, а дисконтирование рассчитывается по формуле:

$$PV = \frac{FV}{1 + i \cdot n}. \tag{1.5}$$

При антисипативном способе проценты начисляются в начале каждого интервала начисления, а заемщик получает сумму денежных средств за вычетом процентов. Такая операция называется ***дисконтированием по учетной ставке*** (коммерческим, или банковским, учетом).

Дисконтом называют доход, получаемый по учетной ставке, т. е. определяемый как разница между размером кредита и непосредственно выдаваемой суммой.

Согласно определению учетного процента, сумма, получаемая заемщиком, определяется по формуле:

$$PV = FV - D \cdot \tag{1.6}$$

Общая величина процентных денег за весь период начисления рассчитывается следующим образом:

$$D = FV \cdot n \cdot d \cdot \tag{1.7}$$

Таким образом, формула расчета наращенной суммы в случае простого учетного процента имеет вид:

$$PV = FV - FV \cdot n \cdot d = FV(1 - n \cdot d) \cdot \tag{1.8}$$

Тогда как:

$$FV = \frac{PV}{1 - n \cdot d}. \quad (1.9)$$

По аналогии с судным процентом, в случае продолжительности финансовой операции менее года, наращенная сумма определяется по формуле:

$$FV = \frac{PV}{1 - \frac{\sigma}{K} \cdot d} \quad (1.10)$$

Поскольку базой для расчета величины дисконта выступает конечная (наращенная сумма), в данных сделках наиболее распространен процесс нахождения приведенной величины *PV*.

Если после очередного интервала начисления доход не выплачивается, а присоединяется к денежной сумме, имеющейся на начало этого интервала, то для определения наращенной суммы применяются формулы ***сложных процентов***.

Если *ic* – относительная величина годовой ставки сложных ссудных процентов и если за интервал начисления применяется год, то наращенная сумма *FV* составит:

За 1 год: $FV_1 = PV(1 + ic)$

За 2 года: $FV_2 = FV_1(1 + ic) = PV(1 + ic)^2$

За 3 года: $FV_3 = FV_2(1 + ic) = PV(1 + ic)^3$

За n лет: $FV = PV(1 + ic)^n$ (1.11)

Соответственно, обратная операция (операция приведения) будет осуществляться с использованием формулы:

$$PV = \frac{FV}{(1 + ic)^n} \quad (1.12)$$

Чем больше период времени, тем больше разница в величине наращенной суммы при начислении простых и сложных процентов. Поэтому, находясь на позициях заемщика, в случае возникновения возможности выбора между низкой сложной процентной ставкой и более высокой простой, следует отдавать предпочтение первому варианту, т. к. уже через небольшое количество интервалов сумма, наращенная по сложной ставке, превысит сумму, наращенную по простой.

Формула сложных процентов (1.10) является одной из базовых в финансовых вычислениях, на основе данной формулы строятся более сложные финансовые модели, которые будут рассмотрены в следующих темах.

Множитель $FM1 = (1+ic)^n$ или, если выразить через универсальную ставку, r – $(1+r)^n$ называется ***мультиплицирующим множителем (коэффициентом наращения) для единичного платежа.*** Экономический смысл данного множителя заключается в том, что он показывает, чему равна денежная единица через n периодов при заданной процентной ставке, т. е. он оценивает будущую стоимость суммы, равной одной денежной единице. Он инвариантен по отношению к суммовым величинам, поэтому его можно табулировать для различных сочетаний значений количества лет и процентной ставки (см. Приложение 1).

Для упрощения расчетов в случае нахождения дисконтированной стоимости для единичного платежа по формуле (1.12) также можно использовать табличные значения ***дисконтирующего множителя (коэффициента приведения)*** $FM1 = \dfrac{1}{(1+r)^n}$ (см. Приложение 2).

В практических расчетах для быстрой и наглядной оценки эффективности сделки при использовании сложного процента используют так называемое ***«правило 72».*** Это правило заключается в следующем: если r – процентная ставка, выраженная в процентах, то приблизительный период, за который первоначально инвестированная сумма удвоится, можно найти по формуле $\dfrac{72}{r}$. Это правило наиболее точно срабатывает для небольших значений процентной ставки (до 20 % годовых).

♦ *Замечание.* Несмотря на то что большинство финансовых расчетов подразумевают использование значения процентной ставки в долях единицы, в формуле «правила 72» процентная ставка берется в процентах. Кроме того, особое внимание нужно обращать на связь процентной ставки и продолжительности периода (чаще всего применяется годовая процентная ставка).

Вывод формул для величин ic и n при применении ставки сложного ссудного процента является несколько более сложным, так как требует применения операций логарифмирования (для величины n) и взятия корня n-й степени (для величины ic). После осуществления таких преобразований получим формулы для вычисления процентной ставки

$$ic = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1 \qquad (1.13)$$

и длительности проведения финансовой операции:

$$n = \frac{Ln(FV/PV)}{Ln(1+ic)} \qquad (1.14)$$

Аналогичные рассуждения позволяют вывести формулу сложной учетной ставки.

Пусть dc – сложная ставка ссудного процента, тогда наращенная сумма FV составит:

$$FV = \frac{PV}{(1-dc)^n}. \qquad (1.15)$$

Рассмотрим, как меняется финансовый результат сделки, в качестве которого выступает наращенная сумма, при применении различных видов процентных ставок.

Пример 1.1

Первоначальная сумма 100 000 руб. Процентная ставка 20 %. Рассчитать наращение суммы и величину процентов для всех случаев начисления процентной ставки. Срок 2 года.

Решение:

1) Простой ссудный процент

$$FV = PV(1+n \cdot i) = 100000 \cdot (1+0{,}2 \cdot 2) = 140000$$

2) Сложный ссудный процент

$$FV = PV(1+ic)^n = 100000 \cdot (1+0{,}2)^2 = 144000$$

3) Простой учетный процент

$$FV = \frac{PV}{1-n \cdot d} = \frac{100000}{1-0{,}2 \cdot 2} = 166667$$

4) Сложный учетный процент

$$FV = \frac{PV}{(1-dc)^n} = \frac{100000}{(1-0{,}2)^2} = 156250.$$

Вывод: наибольшая наращенная сумма получается при простом учетном проценте, а наименьшая – при простом ссудном проценте.

Полученный в примере 1.1 результат можно объяснить тем, что при прочих равных условиях база для исчисления процентов при использовании учетной ставки всегда выше, чем при применении ставки ссудного процента.

Пример 1.2

Сотовый телефон стоит 6500 руб. Предлагают приобрести в кредит на 3 месяца без предоплаты, а по истечении трех месяцев вернуть 9000 руб. Продавец утверждает, что это составляет 20 % годовых. Проверьте правильность утверждения.

Решение:

$$9000 = 6500 \cdot (1 + \frac{90}{360} i)$$

1+0,25i = 1,38

i = 1,52 или 152 %

Таким образом, реальная ставка, по которой продавец предлагает взять кредит, составляет 152 % годовых.

1.3. Эквивалентность процентных ставок различного типа

На практике нередко возникает необходимость выбора между финансовыми операциями, подразумевающими использование различных концепций и способов начисления процентов. Иногда однозначно определить более выгодный вариант без дополнительных вычислений не представляется возможным. Однако для ответа на вопрос не обязательно определять финансовый результат в каждой конкретной сделке. Достаточно представить все используемые процентные ставки в едином формате. При этом при преобразовании процентной ставки из одного вида в другой важно, чтобы конечный вариант подразумевал ту же доходность сделки, что и начальные условия.

Эквивалентные процентные ставки – такие процентные ставки разного вида, применение которых при одинаковых начальных условиях дает одинаковый финансовый результат (наращенная сумма и проценты).

В качестве одинаковых начальных условий выступают одинаковые вложенные суммы и одинаковый срок.

Эквивалентность процентных ставок следует знать в случаях, когда существует возможность выбора условий финансовой операции и требуются инструменты для корректного сравнения различных процентных ставок.

Для нахождения эквивалентных процентных ставок используются уравнения эквивалентности. Принцип их составления заключается в следующем: выбирается величина, которую требуется рассчитать при использовании различных процентных ставок (как правило, это наращенная сумма), на основе равенства двух выражений составляется уравнение эквивалентности, из которого получаются зависимости между процентными ставками различного типа.

Для составления уравнений эквивалентности систематизируем формулы наращения при использовании различных видов процентных ставок:

1) Простой ссудный процент: $FV = PV(1 + n \cdot i)$

2) Сложный ссудный процент: $FV = PV(1 + ic)^n$

3) Простой учетный процент: $FV = \dfrac{PV}{1 - n \cdot d}$

4) Сложный учетный процент $FV = \dfrac{PV}{(1 - dc)^n}$.

Для составления уравнения эквивалентности ***для простых ссудного и учетного процента*** приравняем правые части уравнений и выразим ссудную процентную ставку через учетную, и наоборот:

$$PV(1 + n \cdot i) = \frac{PV}{1 - n \cdot d}$$

i* через *d	***d* через *i***
$1 + n \cdot i = \dfrac{1}{1 - n \cdot d}$	$1 - n \cdot d = \dfrac{1}{1 + n \cdot i}$
$n \cdot i = \dfrac{1}{1 - n \cdot d} - 1$	$n \cdot d = 1 - \dfrac{1}{1 + n \cdot i}$
$n \cdot i = \dfrac{n \cdot d}{1 - n \cdot d}$	$n \cdot d = \dfrac{n \cdot i}{1 + n \cdot i}$
$i = \dfrac{d}{1 - n \cdot d}$	$d = \dfrac{i}{1 + n \cdot i}$

Аналогично можно получить другие соотношения процентных ставок, например зависимость между ***простым и сложным ссудным процентом***

$$PV(1 + n \cdot i) = PV(1 + ic)^n$$

i* через *ic	***ic* через *i***
$i = \dfrac{(1 + ic)^n - 1}{n}$	$ic = \sqrt[n]{(1 + n \cdot i)} - 1$

Уравнения эквивалентности между ***простым и сложным учетным процентом*** выводятся следующим образом:

$$\frac{PV}{1-n\cdot d}=\frac{PV}{(1-dc)^n}$$

d* через *dc

$$d=\frac{1-(1-dc)^n}{n}$$

dc* через *d

$$dc=1-\sqrt[n]{1-n\cdot d}$$

И наконец, зависимость между ***сложной ссудной и сложной учетной процентными ставками*** выражается следующим образом:

$$PV(1+ic)^n=\frac{PV}{(1-dc)^n}$$

ic* через *dc

$$ic=\frac{1}{(1-dc)}-1$$

$$ic=\frac{dc}{(1-dc)}$$

dc* через *ic

$$1-dc=\frac{1}{(1+ic)}$$

$$dc=1-\frac{1}{(1+ic)}$$

$$dc=\frac{ic}{(1+ic)}$$

Уравнения эквивалентности можно составить для любых двух процентных ставок. Рассмотрим на примере их практическую применимость.

Пример 1.3

Сравнить с позиций заемщика две кредитных сделки, одна из которых предполагает начисление процентов с использованием сложной ссудной ставки в размере 14 % годовых, другая – начисление по сложному учетному проценту в размере 12 % годовых. (ic = 14 % или dc = 12 %).

Решение. Для осуществления сравнения сделок мы не располагаем другими данными, кроме как размером номинальных процентных ставок, поэтому сравним ic = 14 % и dc = 12 % с помощью уравнений эквивалентности. Найдем сложную ссудную ставку, которая является эквивалентной для dc = 12 %:

$ic=\frac{dc}{(1-dc)}=\frac{0{,}12}{1-0{,}12}=0{,}136$, или 13,6 %.

Т. е. теперь мы сравниваем ic = 14 % и ic = 13,6 % и выбираем второй вариант как наиболее выгодный для заемщика.

Альтернативный вариант решения. Обе процентные ставки можно сравнивать в формате сложного учетного процента.

$dc = \frac{ic}{(1+ic)} = \frac{0{,}14}{1+0{,}14} = 0{,}1228$, или 12,28 %.

Сравниваем dc = 12,28 % и dc = 12 %. Первая ставка дает большую наращенную сумму.

Таким образом, применение уравнений эквивалентности позволяет выбрать наиболее оптимальные условия финансовой сделки без применения дополнительных вычислений.

1.4. Эффективная годовая процентная ставка

До сих пор финансовые сделки рассматривались в упрощенном варианте исходя из допущения, что проценты начисляются один раз в году. Но на практике такой вариант используется крайне редко, чаще всего инвестированная сумма капитализируется ежемесячно. При увеличении количества начислений процентов в году увеличивается общее число начислений за весь срок финансовой сделки, но в то же время каждое из начислений производится по ставке, уменьшенной в соответствии с количеством начислений.

Например, если процентная ставка по договору составляет 12 % годовых, а проценты начисляются ежемесячно в течение трех лет, то общее число начислений будет 3*12 = 36 раз, а используемая ставка будет равна 12 %/12 = 1 %.

Таким образом, если обозначить количество начислений процентов в году с помощью параметра *m*, формула наращения по сложному ссудному проценту примет вид:

$$FV = PV\left(1+\frac{ic}{m}\right)^{nm}. \qquad (1.15)$$

При *m* = 1 формула (1.15) превращается в формулу (1.10).

♦ *Замечание.* Формулу (1.15) можно использовать только для целого числа периодов $m \times n$, в противном случае необходимо пользоваться формулами смешанных вычислений.

Соответственно, формула наращения по сложному учетному проценту будет видоизменена следующим образом:

$$FV = \frac{PV}{\left(1-\frac{dc}{m}\right)^{nm}}. \qquad (1.16)$$

Рассмотрим на примере, что происходит с увеличением интенсивности начисления процентов.

Пример 1.4

Инвестированная сумма равна 1000 денежных единиц. Определить наращенную сумму через 2 года, если начисление процентов производится:

1) 1 раз в год,

2) 2 раза в год,

3) ежеквартально,

4) ежемесячно.

Процентная ставка 12 % (сложный ссудный процент).

Решение:

1) $FV_{(m=1)} = 1000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}12}{1}\right)^{2} = 1254{,}4$

2) $FV_{(m=2)} = 1000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}12}{2}\right)^{2\cdot 2} = 1262{,}5$

3) $FV_{(m=4)} = 1000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}12}{4}\right)^{2\cdot 4} = 1266{,}8$

4) $FV_{(m=12)} = 1000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}12}{12}\right)^{2\cdot 12} = 1269{,}7$.

Вывод: наращенная стоимость увеличивается с ростом количества начислений в год.

Как и следовало ожидать, возрастание частоты начисления процентов m ведет к увеличению будущей стоимости FV. Исходя из этого, можно прийти к ложному заключению, что с увеличением m происходит бесконечное увеличение FV. Однако это не так, причиной чего является множитель наращения $\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}$, который ограничен в росте по мере увеличения m. Ответим на вопрос, что будет, если устремим продолжительность интервала начисления к нулю $T \to 0$, т. е. число периодов начисления в году $m \to \infty$. Тогда будем иметь

$$FV = \lim_{m\to\infty} PV\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm} = PV \lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{r}{m}\right)^{\frac{nm}{r}r} = PV\left(\lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{r}}\right)^{nr}.$$

Из курса высшей математики известно, что $\lim\limits_{m\to\infty}\left(1+\frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{r}} = e$ – второй замечательный предел, тогда

$$FV = PV \times e^{nr}, \qquad (1.17)$$

где e – экспоненциальная константа (2,71828…).

Формула (1.17) известна как *непрерывное начисление сложных процентов*, которое следует рассматривать как допущение, существующее в теоретических финансовых моделях.

Различными видами финансовых контрактов могут предусматриваться различные схемы начисления процентов. Как правило, в этих контрактах оговаривается номинальная процентная ставка, обычно годовая. Эта ставка, во-первых, не отражает реальной эффективности сделки и, во-вторых, не может быть использована для сопоставлений. Для того чтобы обеспечить сравнительный анализ эффективности таких контрактов, необходимо выбрать некий показатель, который был бы универсальным для любой схемы начисления. Таким показателем является эффективная годовая процентная ставка r_e, обеспечивающая переход от PV к FV при заданных значениях этих показателей.

Следует отметить, что в экономической литературе встречаются две трактовки эффективной годовой процентной ставки – с точки зрения широкого и узкого подхода.

В широком смысле эффективная процентная ставка по кредиту – это ставка, которая учитывает все расходы заемщика, связанные с оформлением, получением и обслуживанием кредита. К данным расходам относят:

- процентные расходы;
- оплату одноразовой или ежемесячной комиссии;
- расходы на оплату расчетно-кассового обслуживания при получении кредита.

♦ *Замечание.* При расчете эффективной ставки не учитываются сопутствующие расходы, связанные с получением кредита: страховые платежи, оплата услуг нотариуса, оценщика и т. п., – т. е. в расчет берутся только те суммы, получателем которых выступает кредитная организация.

Обозначим эффективную процентную ставку как r_e, тогда согласно первой концепции данная ставка будет находиться по формуле:

$$r_e = \frac{\Sigma расходов}{n * Средневзвешенная\ сумма\ кредита}. \qquad (1.18)$$

В узком смысле эффективная годовая процентная ставка учитывает только процентные расходы заемщика и ее суть сводится к отражению эффективности/затратности сделки при однократном начислении процентов в году.

Общая постановка задачи может быть сформулирована следующим образом. Заданы исходная сумма *PV*, годовая процентная ставка (номинальная) *r*, число начислений сложных процентов *m*. Этому набору исходных величин в рамках одного года соответствует вполне определенное значение наращенной величины *FV*. Требуется найти такую годовую ставку r_e, которая обеспечила бы точно такое же наращение, как и исходная схема, но при однократном начислении процентов, т. е. $m = 1$. Иными словами, схемы {PV, FV, r, m > 1} и {PV, FV, re, m = 1} должны быть равносильными или эквивалентными.

♦ *Замечание*. Данный подход применим лишь для сложных ставок процента, поскольку сама суть эффективной ставки в рассматриваемом подходе заключается в «приведении» многократного начисления процентов к однократному. При применении простых процентов первоначальный долг увеличивается за каждый интервал начисления на одинаковую сумму, следовательно, эффективная ставка всегда равна номинальной и необходимость в дополнительных расчетах отпадает.

Так как номинальная и эффективная процентные ставки эквиваленты с точки зрения получения одинакового значения величины *FV*, то будет иметь место следующее соотношение:

$$PV\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm} = PV(1+r_e)^n \qquad (1.19)$$

тогда

$$r_e = \left(1+\frac{r}{m}\right)^{m} - 1 \qquad (1.20)$$

Из формулы следует, что эффективная ставка зависит от количества внутригодовых начислений, причем с ростом m она увеличивается. Кроме того, для каждой номинальной ставки можно найти соответствующую ей эффективную ставку; две эти ставки совпадают лишь при $m = 1$. Именно ставка r_e является критерием эффективности финансовой сделки и может быть использована для пространственно-временных сопоставлений.

Пример 1.5

Предприниматель может получить ссуду:

а) либо на условиях ежемесячного начисления процентов из расчета 26 % годовых,

б) либо на условиях полугодового начисления процентов из расчета 27 % годовых.

Какой вариант более предпочтителен?

Решение:

1) $r_e = \left(1 + \dfrac{0{,}26}{12}\right)^{12} - 1 = 0{,}2933$;

2) $r_e = \left(1 + \dfrac{0{,}27}{2}\right)^{2} - 1 = 0{,}2882$.

Таким образом, вариант б) является более предпочтительным для предпринимателя.

Необходимо отметить, что на принятие решения не влияет сумма кредита, поскольку критерием является относительный показатель – эффективная ставка, а она, как следует из формулы (1.20), зависит лишь от номинальной ставки и количества начислений.

Понимание роли эффективной процентной ставки чрезвычайно важно для аналитика финансовой службы предприятия. Дело в том, что принятие решения о привлечении средств, например банковской ссуды на тех или иных условиях, делается чаще всего, исходя из приемлемости предлагаемой процентной ставки, которая в этом случае характеризует относительные расходы заемщика. В рекламных проспектах непроизвольно или умышленно внимание на природе ставки обычно не акцентируется, хотя в подавляющем числе случаев речь идет о номинальной ставке, которая может весьма существенно отличаться от эффективной ставки. Рассмотрим простейший пример.

Пример 1.6

Рассчитать эффективную годовую процентную ставку при различной частоте начисления процентов, если номинальная ставка равна 10 %.

Решение. По формуле (1.20):

m	**1**	**2**	**4**	**12**	**365**	∞
$\mathbf{r_e}$	0,1	0,1025	0,10381	0,10471	0,10516	0,10517

Как видно из решения, для рассматриваемых 10 % увеличение параметра m дает прирост ставки более чем 0,5 %, причем уже при $m = 12$.

Различие между номинальной и эффективной ставкой может быть гораздо более разительным при заключении некоторых специальных кредитных договоров, например при оформлении кредита на условиях добавленного процента.

Математически можно показать, что при $m > 1$ справедливо неравенство $r_e > r$, которое, очевидно, следует и из финансовых соображений.

В финансовых соглашениях не имеет значения, какую из ставок указывать – эффективную или номинальную, поскольку использование как одной, так и другой дает одну и ту же (с любой точностью приближения) наращенную сумму. В США в практических расчетах применяют номинальную ставку и, следовательно, формулу. В европейских странах, как правило, вначале определяют эффективную ставку r_e и затем пользуются формулой:

$$FV = PV(1 + r_e)^n. \qquad (1.21)$$

Из формулы следует, в частности, соотношение для определения номинальной ставки, если в контракте указаны эффективная годовая процентная ставка r_e и число начислений сложных процентов m:

$$r = (\sqrt[m]{1 + r_e} - 1) \cdot m. \qquad (1.22)$$

Пример 1.7

Определить номинальную ставку, если эффективная ставка равна 18 % и сложные проценты начисляются ежемесячно.

Решение.

По формуле (1.22):

$r = (\sqrt[12]{1 + 0{,}18} - 1) \cdot 12 = 0{,}1667$, или 16,67 %.

Таким образом, ежегодное начисление сложных процентов по ставке 18 % годовых дает тот же результат, что и ежемесячное начисление сложных процентов по ставке 16,67 %.

1.5. Обыкновенный и точный процент

На практике многие финансовые операции выполняются в рамках одного года, при этом могут использоваться различные схемы и методы начисления процентов. В частности, большое распространение имеют краткосрочные ссуды, т. е. ссуды, предоставляемые на срок до одного года с однократным начислением процентов. В этом случае для кредитора, диктующего чаще всего условия финансового контракта, более выгодна схема простых процентов, при этом в расчетах используют промежуточную процентную ставку, которая равна доле годовой ставки, пропорциональной доле временного интервала в году.

Схема простых процентов используется в практике банковских расчетов при начислении процентов по краткосрочным ссудам со сроком погашения до одного года. В этом случае вместо показателя n, как говорилось выше, берется дробь $\frac{\sigma}{K}$, где σ – количество дней краткосрочной сделки или интервала начисления, а K – количество дней, к которому приводится процентная ставка (чаще всего годовая).

Длина различных временных интервалов в расчетах может округляться: месяц – 30 дней; квартал – 90 дней; полугодие – 180 дней; год – 360 (или 365) дней, – или рассчитываться точно.

В зависимости от того, чему берется равной продолжительность года (квартала, месяца), т. е. значение параметра K, размер промежуточной процентной ставки может быть различным. Возможны два варианта:

- точный процент, определяемый исходя из точного числа дней в году (365 или 366), в квартале (от 89 до 92), в месяце (от 28 до 31);
- обыкновенный процент, определяемый исходя из приближенного числа дней в году, квартале и месяце (соответственно 360, 90, 30).

Наиболее часто требуется определение продолжительности года, т. к. условия договоров подразумевают использование годовой процентной ставки.

При определении продолжительности периода, на который выдана ссуда, или интервала начисления (значение параметра σ), также возможны два варианта:

- принимается в расчет точное число дней ссуды (расчет ведется по дням), определяемое по специальной таблице, где показаны порядковые номера каждого года: из номера, соответствующего дню окончания займа, вычитается порядковый номер первого дня;
- принимается в расчет приблизительное число дней ссуды (исходя из продолжительности месяца в 30 дней).

Для упрощения процедуры расчета точного числа дней пользуются специальными таблицами (одна для обычного года, вторая для високосного), в которых все дни в году последовательно пронумерованы. Продолжительность финансовой операции определяется вычитанием номера первого дня из номера последнего дня. При этом при определении продолжительности финансовой операции принято день выдачи и день погашения ссуды считать за один день.

В случае, когда в расчетах используется точный процент, берется и точная величина продолжительности финансовой операции; при использовании обыкновенного процента может применяться как точное, так и приближенное число дней ссуды. Таким образом, расчет может выполняться одним из трех способов:

Банковская практика	*Вид начисления*	*Где применяется*
немецкая	обыкновенный процент с приближенным числом дней ссуды	Германия, Дания, Швеция и т. д.
французская	обыкновенный процент с точным числом дней ссуды	Франция, Бельгия и т. д.
английская	точный процент с точным числом дней	Великобритания, США, Россия

В практическом смысле эффект от выбора того или иного способа зависит от значительности суммы, фигурирующей в процессе финансовой операции.

Пример 1.8

Предоставлена ссуда в размере 10000 млн руб. 20 марта с погашением 20 октября под 12 % годовых. Рассчитать различными способами сумму к погашению (FV).

Решение. Величина уплачиваемых за пользование ссудой процентов зависит от числа дней, которое берется в расчет. Точное число дней финансовой операции равно 214. Приближенное число дней ссуды равно 210 дней (7 месяцев x 30 дней) Возможные варианты возврата долга:

1. В расчет принимаются обыкновенные проценты и приближенное число дней (немецкая система):

$$FV = 10000 \cdot \left(1 + \frac{210}{360} \cdot 0{,}12\right) = 10683{,}43 \text{ тыс.руб.}$$

2. В расчет принимаются обыкновенные проценты и точное число дней (французская система):

$$FV = 10000 \cdot \left(1 + \frac{214}{360} \cdot 0{,}12\right) = 10696{,}89 \text{ тыс.руб.}$$

3. В расчет принимаются точные проценты и точное число дней ссуды (английская система):

$$FV = 10000 \cdot \left(1 + \frac{214}{365} \cdot 0{,}12\right) = 10687{,}02 \text{ тыс.руб.}$$

Таким образом, в рассматриваемом примере наименьшая наращенная сумма получается при расчете процентов по наименее точной немецкой системе, наибольшая – при использовании французской системы.

1.6. Учет векселей в банке

Наряду с кредитными сделками, весьма распространенной операцией краткосрочного характера, для оценки которой используются рассмотренные формулы, является операция по учету векселей банком. Вексель – дисконтная бумага, поэтому в операциях с векселями фигурирует рассмотренная нами ранее учетная ставка. Одна из причин состоит в том, что векселя могут оформляться по-разному, однако чаще всего банку приходится иметь дело с суммой к погашению, т. е. с величиной FV.

Схема действий в этом случае может быть следующей. Владелец векселя на сумму FV предъявляет вексель банку, который соглашается его учесть, т. е. купить, удерживая в свою пользу часть вексельной суммы, которая нередко также называется дисконтом. В этом случае банк предлагает владельцу сумму PV, исчисляемую исходя из объявленной банком ставки дисконтирования d.

Очевидно, что чем выше значение дисконтной ставки, тем большую сумму удерживает банк в свою пользу. Как было рассмотрено выше, расчет предоставляемой банком суммы ведется по формуле $PV = FV(1 - n \cdot d)$.

Для краткосрочной сделки (1.10*) $PV = FV(1 - \frac{\sigma}{K} \cdot d)$.

Пример 1.9

Векселедержатель предъявил для учета вексель на сумму 50 тыс. руб. со сроком погашения 28.09.2013 г. Вексель предъявлен 13.09.2013 г. Банк согласился учесть вексель по учетной ставке 30 % годовых. Определить сумму, которую векселедержатель получит от банка.

Решение.

Величина этой суммы рассчитывается по формуле (1.10*) и составит:

$$PV = 50 \cdot (1 - \frac{15}{360} \cdot 0{,}3) = 49375 \textit{руб.}$$

Разность между *FV* (номинальной величиной векселя) и *PV* (дисконтированной величиной векселя) представляет собой комиссионные, удерживаемые банком в свою пользу за предоставленную услугу (в примере их величина составила 625 руб.)

Можно выполнить и более глубокий факторный анализ. Доход банка при учете векселей складывается из двух частей – процентов по векселю, причитающихся за время, оставшееся до момента погашения векселя, и собственно комиссионных за предоставленную услугу. Как уже упоминалось выше, теоретическая дисконтная ставка меньше процентной. Однако на практике, устанавливая дисконтную ставку, банк, как правило, повышает ее в зависимости от условий, на которых выдан вексель, риска, связанного с его погашением, комиссионных, которые банк считает целесообразным получить за оказанную услугу, и т. п. Поскольку величина процентов по векселю за период с момента учета до момента погашения предопределена, банк может варьировать лишь размером комиссионных путем изменения учетной ставки. Прежде чем рассмотреть простейший пример, изложим логику факторного анализа дохода банка в этом случае.

Введем следующие обозначения:

PV – стоимость векселя в момент его оформления;

P_1 – теоретическая стоимость векселя в момент учета;

P_2 – предлагаемая банком сумма в обмен на вексель;

FV – стоимость векселя к погашению;

ΔP – общий доход банка от операции;

Δp – процентный доход банка от операции;

Δc – комиссионный доход банка от операции.

Из формул (1.8) и (1.9) видно, что функции $PV = f(t)$ и $FV = g(t)$ являются линейными относительно t, т. е. процессы перехода $PV > FV$ и $FV > PV$, а также структура факторного разложения при учете векселей могут быть представлены графически следующим образом (рис. 1.2).

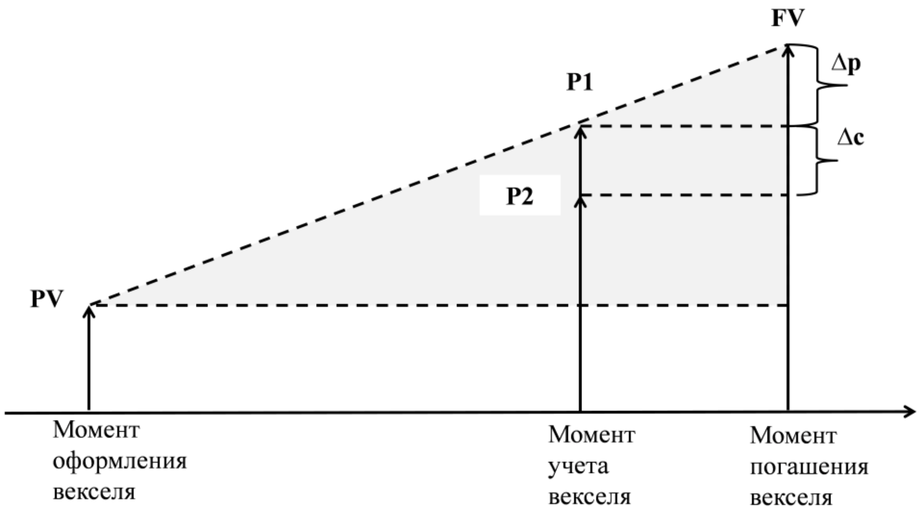

Рис. 1.2. Порядок учета векселя в банке

Скорость наращения стоимости векселя, т. е. крутизна наклона прямой *PV-FV*, зависит от уровня процентной ставки r, согласованной между векселедателем и векселедержателем. По мере приближения срока погашения векселя его теоретическая стоимость постоянно возрастает на сумму причитающихся за истекший период процентов, таким образом, в момент учета векселя она составит величину P_1, которую можно рассчитать по формуле (1.4). Таким образом, учитывая вексель в банке, его владелец теоретически мог бы рассчитывать на сумму P_1, а факт ее получения означал бы, что с момента учета векселя кредитором векселедателя фактически становится банк. Вряд ли такое положение устраивает менеджеров банка, поскольку неочевидно, что заложенная в векселе доходность в размере ставки r будет привлекательна для банка. Именно поэтому предлагаемая банком сумма P_2, которая рассчитывается по формуле (1.10*) исходя из стоимости векселя к погашению и предлагаемой банком дисконтной ставки, в принципе не связанной со ставкой r, в подавляющем большинстве случаев меньше теоретической стоимости векселя. Разность $\Delta c = P_1 - P_2$ представляет собой сумму комиссионных, получаемых банком за услугу, оказываемую векселедержателю. С позиции последнего эта сумма представляет собой затраты, т. е. плату за возможность более быстрого получения наличных. Помимо комиссионных, банк получает также проценты за период с момента учета до момента погашения векселя, сумма которых рассчитывается по формуле: $\Delta p = FV - P_1$. Таким образом, общий доход банка от операции составит: $\Delta P = \Delta p + \Delta c = FV - P_2$. Отметим, что реальные потери векселедержателя составляют величину $\Delta c = P_1 - P_2$, а не сумму ($FV - P_2$), как это кажется на первый взгляд. Дело в том, что с момента учета векселя кредитором становится банк, поэтому ему и передается право получения процентов за оставшийся период.

Пример 1.10

Предприятие продало товар на условиях потребительского кредита с оформлением простого векселя: номинальная стоимость 150 тыс. руб., срок векселя – 60 дней, ставка процента за предоставленный кредит – 15 % годовых. Через 45 дней с момента оформления векселя предприятие решило учесть вексель в банке; предложенная банком дисконтная ставка составляет: а) 20 %; б) 25 %. Рассчитать суммы, получаемые предприятием и банком, если используются обыкновенные проценты с точным числом дней.

Будущая стоимость векселя к моменту его погашения составит:

$$FV = 150 \cdot (1 + \frac{60}{360} \cdot 0{,}15) = 153750 \, руб.$$

Срочная стоимость векселя в момент учета его банком составит:

$$P_1 = 150 \cdot (1 + \frac{45}{360} \cdot 0{,}15) = 152813 \, руб.$$

Предлагаемая банком сумма рассчитывается по формуле (1.10):

а) $P_2 = 153750 \cdot (1 - \frac{15}{360} \cdot 0{,}2) = 152469 \, руб.$

б) $P_2 = 153750 \cdot (1 - \frac{15}{360} \cdot 0{,}25) = 152148 \text{руб.}$

Таким образом, банк получает от операции проценты по векселю за оставшиеся 15 дней в размере 937 руб. (153750 – 152813), величина которых не зависит от уровня дисконтной ставки, и комиссионные за оказанную услугу в размере:

в случае а): 344 руб. (152813 – 152469);

в случае б): 665 руб. (152813 – 152148).

1.7. Реализация финансовых операций с элементарными потоками платежей с помощью табличного процессора MS Excel

В MS Excel реализованы 15 основных и 38 дополнительных финансовых функций. Дополнительные функции становятся доступными только после подключения программной надстройки «Пакет анализа» (**Сервис – Надстройки – Пакет анализа**).

Сфера приложения финансовых функций связана с осуществлением финансово-экономических расчетов. По типу решаемых задач все финансовые функции MS Excel можно условно разделить на следующие 4 основные группы:

- функции для анализа потоков платежей (например, функции БС, ПС и др.);
- функции для анализа инвестиционных проектов (например, функции ЧПС, ЧИСТНЗ и др.);
- функции для анализа ценных бумаг (например, функции ДОХОД, ЦЕНА и др.);
- функции для расчета амортизационных отчислений (например, АПЛ, АСЧ и др.).

Количественный анализ денежных потоков в общем случае сводится к вычислению следующих их характеристик:

1. FV (future value) – будущая стоимость денежного потока ($FV = CF_n$).

2. PV (present value) – настоящая (современная) стоимость денежного потока ($PV = CF_0$).

3. CF_t (cash flow) – величина денежного потока в период времени t.

4. r (interest rate) – процентная ставка.

5. n – срок (количество периодов) проведения финансовой операции (в предлагаемых ниже задачах рассматриваются долгосрочные финансовые операции, т. е. с продолжительностью более 1 года, поэтому n в этих задачах будет измеряться в годах).

Простейший (элементарный) денежный поток состоит из одной выплаты и последующего поступления либо разового поступления и последующей выплаты, разделенных n периодами времени (например, лет).

Примерами финансовых операций с подобными потоками платежей являются срочные депозиты без довложения, единовременные ссуды, некоторые виды ценных бумаг и др. Нетрудно заметить, что числовой ряд в этом случае состоит всего из двух элементов:

- $\{-PV;\ FV\}$ – депозит; вначале деньги отдаем (знак «-» у величины PV), потом получаем (знак «+» у величины FV);
- $\{PV;\ -FV\}$ – ссуда; вначале деньги берем (знак «+» у величины PV), потом отдаем (знак «-» у величины FV).

♦ *Замечание.* При количественном анализе финансовых операций очень важно учитывать знаки денежных потоков. При этом надо обязательно определиться, на чьих позициях мы стоим. Вышеприведенные элементарные потоки рассмотрены с позиции **вкладчика**. Если встать на позиции банка, то знаки величин изменятся на противоположные.

Операции с элементарными потоками платежей характеризуются четырьмя параметрами – FV, PV, r, n ($CF_t = 0$). Величина любого из них может быть определена по известным значениям трех остальных. Для установления взаимосвязи между перечисленными параметрами рассмотрим следующий пример.

Вычисление величин FV, PV, r и n удобно производить в среде табличного процессора MS Excel с использованием финансовых функций, основными из которых являются следующие:

- функция БС – для расчета величины FV;
- функция ПС – для расчета величины PV;
- функция СТАВКА – для расчета величины r;
- функция КПЕР – для расчета величины n.

Перечисленные функции используют одинаковые аргументы, которые имеют следующую финансово-экономическую сущность:

- аргумент *Бс* – это величина FV;

- аргумент *Пс* – это величина *PV*;
- аргумент *Ставка* – это величина *r*;
- аргумент *Кпер* – это величина *n*;
- аргумент *Тип* – может принимать два значения из множества {0; 1} и определяет тип начисления процентов: 1 – в начале периода (поток *пренумерандо*) и 0 – в конце периода (поток *постнумерандо*). На практике наибольшее распространение получил поток постнумерандо, поэтому для аргумента *Тип* мы будем задавать значение 0;
- аргумент *ПЛТ* – задает величину периодического платежа CF_t (для элементарного денежного потока он равен 0).

♦ *Замечания:*

а) аргументы *Тип* и *ПЛТ* могут быть опущены, для них по умолчанию задается значение 0;

б) при задании аргументов *PV* и *FV* необходимо учитывать характер денежного потока:

- {-*PV*; *FV*} – «вначале отдаем, потом получаем» (например, депозит);

- {*PV*; -*FV*} – «вначале берем, потом отдаем» (например, ссуда);

в) по умолчанию вывод результата на экран осуществляется в формате, заданном в функции (денежный, процентный). Если формат по каким-либо соображениям не устраивает, его необходимо изменить через диалоговое окно «Формат ячеек».

Порядок определения наращенной, приведенной сумм, процентной ставки и количества лет финансовой сделки был подробно описан в п. 1.2. При расчете с использованием формул в MS Excel достаточно лишь указать аргументы (параметры).

Пример 1.11

Сумма в 10000 ден. ед. помещена в банк на депозит сроком на 3 года. Номинальная ставка по депозиту 10 % годовых. Проценты по депозиту начисляются раз в год. Какова будет величина депозита в конце срока? Для тех же условий рассчитать параметры PV, r, n при заданных остальных.

Решение. По условиям данной операции известны следующие величины: первоначальная сумма вклада *PV* = 10000, процентная ставка *r* = 10 % и срок *n* = 3 года.

На рис. 1.3 показано решение примера 1.11 с использованием рассмотренных финансовых функций.

	A	B	C	D	E
1	**Пример 1**				
2	***PV***	***r***	***n***	***FV***	**Что считаем?**
3	-10000,00	10 %	3	**13 310,00**	*FV*
4	**-10000,00**	10 %	3	13310,00	*PV*
5	-10000,00	**10 %**	3	13310,00	*r*
6	-10000,00	10 %	**3**	13310,00	*n*

Рис. 1.3. Решение примера 1.11

В ячейке D3 содержится формула:

=БС(B3;C3;0;A3;0),

в ячейке A4:

=ПС(B4;C4;;D4),

в ячейке B5:

=СТАВКА(C5;;A5;D5;0),

в ячейке C6:

=КПЕР(B6;;A6;D6;0).

На практике, как было рассмотрено в п. 1.4, в зависимости от условий финансовой сделки проценты могут начисляться несколько раз в год (раз в полгода, ежеквартально, ежемесячно). Порядок расчета наращенной суммы при начислении процентов чаще одного раза в году рассмотрим на примере 1.12.

Пример 1.12

Сумма в 10000 у. е. помещена в банк на депозит сроком на 3 года. Номинальная ставка по депозиту 10 % годовых. Определить величину наращенной суммы, если проценты начисляются:

а) раз в год;

б) два раза в год,

в) ежеквартально,

г) ежемесячно.

Решение. На рис. 1.4 показано решение примера 1.12.

	A	B	C	D	E	F
9	**Пример 2**					
10	***PV***	***r***	***n***	***m***	***FV***	**Начисление процентов**
11	-10000,00	10 %	3	1	**13 310,00**	раз в год
12	-10000,00	10 %	3	2	**13 400,96**	2 раза в год (раз в полгода)
13	-10000,00	10 %	3	4	**13 448,89**	4 раза в год (ежеквартально)
14	-10000,00	10 %	3	12	**13 481,82**	12 раз в год (ежемесячно)

Рис. 1.4. Определение наращенной суммы при изменении параметра *m* (пример 1.12)

В ячейке E11 содержится формула:

=БС(B11/D11;C11*D11;;A11;0),

в других ячейках (E12:E14) содержатся аналогичные формулы с соответствующим смещением ячеек.

Заметим, что мы рассмотрели наиболее простые ситуации, когда срок проведения операции определялся целым числом лет. При несоблюдении этого условия вышеприведенные формулы необходимо дорабатывать.

В библиотеке MS Excel, кроме вышерассмотренных, содержится еще ряд функций для расчета характеристик элементарных денежных потоков (например, функции БЗРАСПИС, ЭФФЕКТ, НОМИНАЛ).

Для нахождения эффективной процентной ставки в табличном процессоре MS Excel предусмотрена функция **ЭФФЕКТ**, которая использует два аргумента:

- аргумент *Номинальная_ставка* – это номинальная процентная ставка *r*;
- аргумент *Кол_пер* – это число периодов начисления в году *m*.

Рассчитаем эффективные процентные ставки для финансовых операций, рассмотренных в примере 1.12. Результаты расчета представлены на рис. 1.5.

	H	I	J
10	***r***	***m***	r_e
11	10 %	1	**10,00 %**
12	10 %	2	**10,25 %**
13	10 %	4	**10,38 %**
14	10 %	12	**10,47 %**

Рис. 1.5. Определение эффективной годовой процентной ставки для 10 % годовых при изменении параметра *m* (пример 1.12)

Функция **НОМИНАЛ** выполняет обратное действие, т. е. позволяет определить номинальную ставку по известной величине эффективной. Если рассчитать номинальные процентные ставки на основе данных, представленных в диапазоне J11:J14 (см. рис. 1.5), то, очевидно, что во всех вариантах получим значение 10 %.

Пример 1.13

а) Процентная ставка по депозиту составляет: 10 % годовых, начисляемых ежеквартально. Рассчитайте эффективные процентные ставки.

б) Какая номинальная процентная ставка соответствует процентной ставке 14 % годовых при ежемесячном начислении процентов?

Решение. В данном примере как раз используются функции ЭФФЕКТ для нахождения эффективной процентной ставки и НОМИНАЛ для номинальной процентной ставки.

	A	B	C	D
18	**Вариант**	**Номинал. ставка**	**m**	**Эффект. ставка**
19	а	10 %	4	**10,38 %**
20	б	**13,17 %**	12	14,00 %

Рис. 1.6. Решение примера 1.13

В ячейке D19 содержится формула:

=ЭФФЕКТ(B19;C19),

А в ячейке B20 содержится формула:

= НОМИНАЛ (D20;C20).

Пример 1.14

Сумма в 10000 у.е. помещена в банк на депозит 20.03.2013 г. Вкладчик закрывает депозит 20.10.2013 г. Какую сумму получит вкладчик, если процентная ставка за неполный период проведения финансовой операции составляет 12 % годовых? Произведите расчеты при использовании банком английской, французской и немецкой банковских практик.

Решение. Нахождение БС в краткосрочных финансовых сделках возможно с использованием коэффициента $\frac{\sigma}{K}$:

$$FV = PV\left(1 + r \cdot \frac{\sigma}{K}\right). \tag{1.4}$$

Значение этого коэффициента зависит от системы исчисления процентов: немецкой, французской, английской. Прежде всего следует определить значение параметра σ (рис 1.7).

	A	B
29	**Дата начала операц.**	20.03.2011
30	**Дата оконч. операц.**	20.10.2011
31	**Число дней фактич.**	214
32	**Число дней 360**	210

Рис. 1.7. Определение количества дней сделки (пример 1.14)

Во вспомогательной таблице в ячейке B31 вводится формула:

=B30-B29.

♦ *Замечание.* При нахождении точного числа прошедших дней важно, чтобы ячейки с датой начала и окончания операции были в формате «Дата».

В ячейке B32 определяется приближенное число дней сделки исходя из средней продолжительности месяца 30 дней. При этом используется функция ДНЕЙ360 (категория Дата и время):

=ДНЕЙ360(B29;B30;ИСТИНА)

На рис. 1.8 для определения величины наращенной суммы используется функция БС, единственной особенностью является заполнение аргумента функции Кпер (возможны 3 варианта):

- B32/360
- B31/360
- B31/365.

	A	B	C	D	E
24	**PV**	**r**	**t, дней**	**FV**	**Банк. практика**
25	-10000,00	12,00 %	210	10683,43	немецкая
26	-10000,00	12,00 %	214	10696,89	французская
27	-10000,00	12,00 %	214	10687,02	английская

Рис. 1.8. Определение наращенной стоимости (пример 1.14)

Финансовые операции с элементарными денежными потоками лежат в основе проведения финансовых операций с денежными потоками более сложной структуры, какими являются, например, аннуитеты.

Задачи

1. Ссуда в размере 500 000 руб. выдана на 3 года по простой ставке 25 %, определить наращенную сумму.

2. Определить простую ставку процента, при которой первоначальный капитал в размере 35 млн руб. возрастет до 50 млн через 200 дней.

3. Определить период начисления, в течение которого первоначальный капитал увеличивается с 75 млн до 100 млн при простой ставке 50 %.

4. Кредит выдается на 2 года по простой учетной ставке 30 % рассчитать сумму, получаемую заемщиком, и величину дисконта, если требуется возвратить 40 млн руб.

5. Ссуда в размере 90 млн руб. выдается на год. Определить учетную ставку процента, которая обеспечивает получение 82 млн руб.

6. Определить текущую стоимость наращенной суммы 65 млн руб., ожидаемой через 3 года при использовании сложной ставки ссудного процента – 20 %.

7. Определить сложную ставку ссудного процента, при которой первоначальная сумма вырастет за 3 года в 3 раза.

8. Пусть P=1000 $ (n = 1,2…10). Построить график зависимости в одной системе координат для:

- простого ссудного процента (20 %),
- сложного ссудного процента (20 %).

9. Построить зависимость между простыми ссудными процентами (шаг 5, от 5 до 25 %). Построить зависимость между сложными учетными и сложными ссудными процентами, dc = 5 %; 10 %; 30 %; 59 %; 60 %.

10. Непрерывное начисление процентов производится в течение трех лет под 15 % годовых (простой ссудный процент). Чему равна эквивалентная ставка сложного ссудного процента?

11. Ссуда в 20 млн руб. под 15 % годовых получена 15 марта и должна быть возвращена 15 июня. Рассчитать совокупный долг при условии, что проценты начисляются ежеквартально (сложный процент).

12. Что выгоднее для банка: кредит 5 млн руб. на 2 года по простой ссудной ставке 16 % с ежеквартальным начислением процентов или по сложной ссудной ставке 14 % с ежемесячным начислением.

13. Через полгода после заключения финансового соглашения о получении кредита должник обязан заплатить 2,14 тыс. руб. Какова первоначальная величина кредита, если он выдан под 14 % годовых и начисляются обыкновенные проценты с приближенным числом дней?

14. Векселедержатель предъявил для учета вексель с номинальной стоимостью 300 тыс. руб., выпущенный 28.05.2009, срок погашения 28.09.2009 г. Процентная ставка по векселю – 15 % годовых. Вексель предъявлен 13.09.2009 г. Банк согласился учесть вексель по учетной ставке 30 % годовых. Определить совокупный доход банка (простой точный процент) в обоих случая.

2. Модели потоков платежей

2.1. Понятие аннуитета, наращенная и приведенная стоимость аннуитетов

2.2. Конверсия аннуитетов

2.3. Аннуитет с дополнительными условиями

2.4. Выбор варианта погашения долга

2.5. Реализация финансовых операций в виде потоков платежей с помощью табличного процессора MS Excel

2.1. Понятие аннуитета, наращенная и приведенная стоимость аннуитетов

В большинстве финансовых операций подразумеваются не разовые платежи, а последовательность денежных поступлений (или наоборот) выплат в течение определенного периода. Это может быть серия доходов и расходов некоторого предприятия, выплата задолженностей, регулярные взносы для создания фондов. Такая последовательность называется потоком платежей.

Поток однонаправленных платежей с равными интервалами между последовательными платежами в течение определенного количества лет называются ***аннуитетом*** (финансовой рентой).

В экономической сфере слово «аннуитет» имеет три значения:

1) один из видов срочного государственного займа, по которому ежегодно выплачиваются проценты и погашается часть суммы. Размер дохода обеспечивает постепенное погашение стоимости облигаций и процентов по ним. При этом доля процентов в общей сумме ежегодных платежей падает, а доля образовавшейся суммы долга возрастает, достигая максимума к моменту окончательного погашения займа. Аннуитеты дифференцируются на срочные и пожизненные. База аннуитета – уровень банковского рыночного процента на момент выпуска займа. В отличие от других видов займа аннуитеты не конвертируются;

2) соглашение или контракт со страховой компанией, по которому физическое лицо приобретает право на регулярно поступающие суммы начиная с определенного времени, например выхода на пенсию. С течением времени доля процента в аннуитете снижается, а доля погашения возрастает. В последний год аннуитет состоит из последней части долга по займу плюс процент за нее;

3) в общем виде под аннуитетом подразумевают равные друг другу денежные платежи, выплачиваемые через определённые промежутки времени в счёт погашения полученного кредита, займа и процентов по нему. Первоначально термин означал платежи, осуществляемые один раз в год, но сейчас он употребляется применительно к любым промежуткам времени, т. е. кварталу, месяцу и т. д. (примеры: арендные платежи, кредит, депозит, перечисления в пенсионный фонд).

Аннуитет имеет следующие характеристики:

- величина каждого платежа;
- интервал времени между последовательными платежами (период аннуитета);
- срок существования аннуитета;
- процентная ставка, применяемая при наращивании или дисконтировании платежа.

Аннуитеты могут быть следующих видов:

- постнумерандо (обыкновенный) – платежи осуществляются в конце интервалов,

  пренумерандо (срочный или отсроченный) – платежи осуществляются в начале интервалов;
- немедленный – выплаты производятся начиная с текущего момента времени,

  отложенный – выплаты осуществляются с некоторого момента времени в будущем;
- постоянный – с последовательной выплатой равных платежей,

  переменный – прерываемый;
- непрерывный – платежи выплачиваются через определенные промежутки времени,

  бесконечный (вечный) – не ограниченный какими-либо сроками, например выплаты по облигационным займам с неограниченными сроками;
- верный – платежи (рента) подлежат безусловной выплате,

  условный – платежи ставятся в зависимость от определенного события, как например личное страхование.

В финансовой практике часто встречаются так называемые ***простые*** аннуитеты, которые предполагают получение или выплаты *одинаковых по величине сумм* в течение всего срока операции в конце (или начале) каждого периода.

Введем обозначения:

CF – величина каждого отдельного платежа;

r (ic) – сложная процентная ставка, по которой начисляется процент;

FVi – наращенная сумма *i*-го платежа аннуитета;

FV – наращенная (будущая) сумма всего аннуитета постнумерандо;

n – количество лет финансовой сделки.

Согласно определению простой аннуитет обладает двумя важными свойствами:

1) все его *n* элементов равны между собой $CF_1 = CF_2 = \ldots = CF_n = CF$;

2) отрезки времени между выплатой/получением сумм *CF* одинаковы, т. е. $t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = \ldots = t_n - t_{n-1}$.

Рассмотрим аннуитет постнумерандо с ежегодными платежами *CF* в течение *n* лет, на которые начисляются проценты по сложной годовой ставке *r* (рис. 2.1).

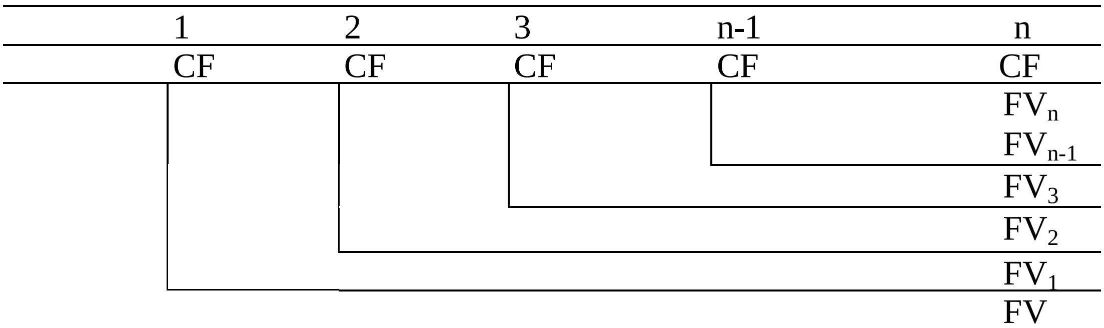

Рис. 2.1. Схема формирования наращенной суммы аннуитета

Для упрощения вывода формулы аннуитета рассмотрим ситуацию, когда $PV = 0$. В этом случае имеем:

платеж в конце первого года даст наращенную сумму

$FV_1 = CF \times (1 + r)^{n-1}$;

платеж в конце второго года даст наращенную сумму

$FV_2 = CF \times (1 + r)^{n-2}$;

платеж в конце третьего года даст наращенную сумму

$FV_3 = CF \times (1 + r)^{n-3}$ и т. д.;

последний платеж составит величину $FV_n = CF$.

Таким образом, суммарная наращенная сумма обыкновенного аннуитета постнумерандо составит:

$FV = CF \times (1 + r)^{n-1} + CF \times (1 + r)^{n-2} + \ldots + CF \times (1 + r) + CF$.

$FV_1, FV_2, \ldots, FV_n$ представляют собой члены конечной геометрической прогрессии, первый член которой равен $a_1 = CF$, знаменатель прогрессии равен $1 + r$. Используем формулу геометрической прогрессии:

$$S = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \tag{2.1}$$

преобразуем:

$$FV = CF \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r) - 1} = CF \frac{(1+r)^n - 1}{r}. \tag{2.2}$$

Окончательная формула, с учетом величины PV, будет иметь вид:

$$FV = PV(1+r)^n + CF \frac{(1+r)^n - 1}{r}. \tag{2.3}$$

Множитель $FM3(r,n) = \frac{(1+r)^n - 1}{r}$ называется ***мультиплицирующим множителем для аннуитета.*** Экономический смысл данного множителя заключается в том, что он показывает, чему равна суммарная наращенная стоимость потока платежей в одну единицу к концу срока его действия. Значение этого множителя зависит лишь от величины процентной ставки и числа лет финансовой сделки, поэтому его можно табулировать для различных сочетаний этих параметров (см. Приложение 3).

Вывод формулы наращенной суммы для срочного аннуитета во многом повторяет порядок выведения для аннуитета постнумерандо. Отличие от предыдущего случая состоит в том, что период начисления процентов на каждый платеж увеличивается на один год, т. е. каждая сумма увеличивается в $(1+r)$ раз. Т. е. платеж в конце первого года даст наращенную сумму $FV_1 = CF \times (1 + r)^n$, платеж в конце второго года даст наращенную сумму $FV_2 = CF \times (1 + r)^{n-1}$; наращенная сумма последнего платежа составит $FVn = CF \times (1 + r)$. Таким образом, первый член прогрессии равен $a_1 = CF \times (1 + r)$, знаменатель прогрессии так же, как и в случае с аннуитетом постнумерандо, равен $(1 + r)$.

Следовательно, для всей суммы имеем:

$$FV = CF\frac{((1+r)^n - 1)(1+r)}{r}. \qquad (2.4)$$

Многие финансовые решения предусматривают выплату неравных потоков денежных средств. Принцип расчета наращенной суммы всего аннуитета остается тем же, т. е. наращенная сумма определяется исходя из расчета будущей стоимости каждого отдельного неравного платежа.

Равные компоненты в потоке денежных средств позволяют сокращать процесс вычислений, в данном же случае для оценки общей величины потока будущих платежей необходимо суммировать будущую оценку этих платежей.

Будущая стоимость *j*-го платежа:

$$FV_j = CF_j \times (1 + r)^{j-1} \qquad (2.5)$$

Наращенная сумма *FV* неравного потока:

$$FV = \Sigma FV_j , \qquad (2.6)$$

где *j* меняется от *1* до *n*.

Пример 2.1

Например, допустим, что в конце каждого периода клиент может вносить в банк \$1000. Какая сумма будет накоплена им на счету через три года, если банк платит 4 % по депозиту?

Решение. Графическое представление будущей стоимости изображено на рис. 2.2.

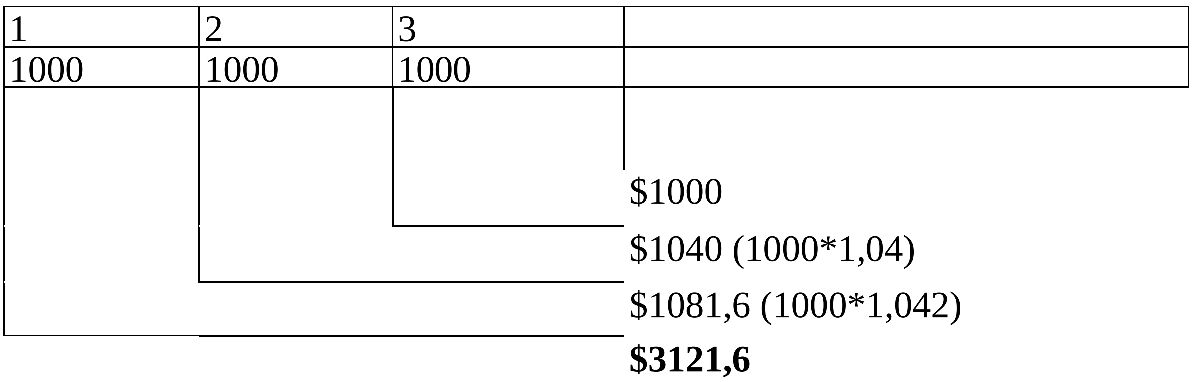

Рис. 2.2. Решение примера 2.1

Будущая стоимость всего потока платежей определяется суммированием будущей стоимости каждой выплаты.

Первый платеж в \$1000 будет находиться на счете клиента в течение двух лет, и к концу третьего года эта сумма превратится в \$1081,6;

второй платеж будет сделан в конце второго года, и к концу третьего года эта сумма возрастет до $1040;

третий платеж осуществлен в конце третьего года, поэтому на него проценты не начисляются.

Таким образом, будущая стоимость всех периодических платежей по $1000 составит:

1) $FV = FV_1 + FV_2 + FV_3 = 1000 + 1040 + 1081{,}6 = 3121{,}6$.

Данный расчет можно выполнить в сокращенном виде, если воспользоваться формулой наращения потока платежей и данными Приложения 3:

2) $FV = 1000 \cdot \frac{(1 + 0{,}04)^3 - 1}{0{,}04} = 1000 \cdot 3{,}1216 = 3121{,}6$.

Таким образом, сумма наращенных платежей (в поэлементном разрезе) равна будущей стоимости потока платежей, рассчитанной по формуле (2.2).

Представление потоков платежей в виде финансовой ренты дает возможность, опираясь на формализованное описание процесса, упростить финансовый анализ, используя табличные значения коэффициентов наращения и приведения аннуитета.

Приведенная стоимость аннуитета

Если наращенная сумма потока платежей определяется обычно при вложении средств, то в кредитных сделках наибольший интерес представляет определение приведенной стоимости потока платежей, т. е. выделение суммы без процентов – суммы основного долга.

Рассмотрим порядок определения дисконтированной (приведенной) стоимости аннуитета (рис. 2.3).

Сегодняшний эквивалент платежа, выплачиваемого в конце первого года, оценивается как $PV_1 = \frac{CF}{(1+r)}$.

Приведенная сумма второго платежа равна $PV_2 = \frac{CF}{(1+r)^2}$.

Приведенная сумма третьего платежа равна $PV_3 = \frac{CF}{(1+r)^3}$.

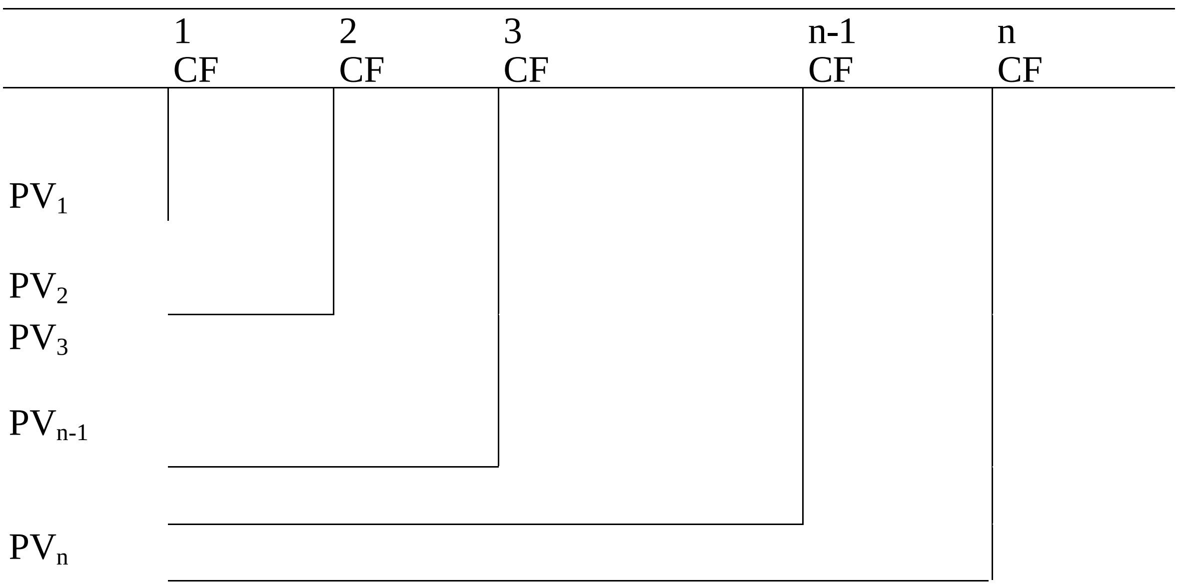

Рис. 2.3. Схема формирования наращенной суммы аннуитета

Платеж, выплачиваемый в конце последнего года финансовой сделки, в текущей оценке равен $PV_n = \dfrac{CF}{(1+r)^n}$.

Таким образом, суммарная приведенная сумма обыкновенного аннуитета постнумерандо составит:

$$PV = \frac{CF}{(1+r)} + \frac{CF}{(1+r)^2} + \frac{CF}{(1+r)^3} + \ldots + \frac{CF}{(1+r)^{n-1}} + \frac{CF}{(1+r)^n}.$$

По аналогии с наращенной стоимостью потока платежей дисконтированные величины платежей CF – PV_1, PV_2, ...,PV_n представляют собой члены конечной геометрической прогрессии, первый член которой равен $a_1 = \dfrac{CF}{(1+r)}$, а знаменатель равен $\dfrac{1}{(1+r)}$.

После подстановки данных показателей в формулу суммы членов геометрической прогрессии и ее преобразования получается следующее выражение:

$$PV = CF\,\frac{((1+r)^n - 1)}{r \cdot (1+r)^n} \qquad (2.7)$$

или

$$PV = CF \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r \cdot (1+r)^n} \right). \qquad (2.7.1)$$

Множитель $FM4(r,n) = \dfrac{(1+r)^n - 1}{r \cdot (1+r)^n}$ называется ***дисконтирующим множителем*** или ***коэффициентом приведения для аннуитета.*** Экономический смысл данного множителя заключается в том, что он показывает, чему равна суммарная стоимость потока платежей в одну единицу в сегодняшнем эквиваленте. Значение этого множителя зависит лишь от величины процентной ставки r и числа лет финансовой сделки n, поэтому наиболее часто встречающиеся сочетания данных параметров могут быть определены и представлены в табличном виде (см. Приложение 4).

При срочном аннуитете (пренумерандо) первый платеж вносится в текущий момент времени, соответственно, его номинальная и текущая стоимости совпадают: $PV_1 = CF$. Текущая стоимость каждого следующего платежа уменьшается в $(1+r)$ раз. Следовательно, первый член прогрессии равен CF, а знаменатель такой же, как в случае с аннуитетом постнумерандо – $\dfrac{1}{(1+r)}$. Поскольку первый член прогрессии при аннуитете пренумерандо больше в $(1+r)$ раз первого члена прогрессии в случае с аннуитетом постнумерандо, то и приведенная стоимость будет больше в $(1+r)$ раз:

$$PV = CF \frac{((1+r)^n - 1)(1+r)}{r \cdot (1+r)^n}. \tag{2.8}$$

Практический (экономический) смысл приведенного аннуитета заключается в следующем: сколько нужно вложить в текущий момент (сегодня), чтобы в течение периода и регулярно выплачивалась фиксированная сумма с учетом процентной ставки r.

Рассмотренные формулы систематизируем в виде таблицы (см. табл. 2.1).

Таблица 2.1

Стоимость/ вид аннуитета	*Постнумерандо*	*Пренумерандо*
Наращенная стоимость	$FV = CF \dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$	$FV = CF \dfrac{((1+r)^n - 1)(1+r)}{r}$
Приведенная стоимость	$PV = CF \dfrac{((1+r)^n - 1)}{r \cdot (1+r)^n}$	$PV = CF \dfrac{((1+r)^n - 1)(1+r)}{r \cdot (1+r)^n}$

Пример 2.2

Клиент в конце каждого периода в течение трех лет вносит в банк \$1000. Как оценивается сегодняшний эквивалент перечисляемых им денежных средств, если процентная става составляет 4 %?

Решение. Графическое представление будущей стоимости изображено на рис. 2.4.

	1	2	3
	1000	1000	1000
\$ 961,5 (1000/(1+0,04))			
\$ 924,6 $(1000/(1+0,04)^2)$			
\$ 889 $(1000/(1+0,04)^3)$			
\$ 2775,1			

Рис. 2.4. Решение примера 2.2

Рассчитаем приведенную стоимость каждого элемента потока платежей:

$$PV_1 = \frac{1000}{(1+0,04)} = 961,5$$

$$PV_2 = \frac{1000}{(1+0,04)^2} = 924,6$$

$$PV_3 = \frac{1000}{(1+0,04)^3} = 889.$$

Приведенная стоимость всех периодических платежей по \$1000 составит:

1) $PV = PV_1 + PV_2 + PV_3 = 961,6 + 924,6 + 889 = 2775,2.$

По формуле приведенной суммы потока платежей (с использованием данных таблицы с дисконтирующими множителями для аннуитета (см. Приложение 4)):

2) $$PV = 1000 \cdot \frac{(1+0,04)^3 - 1}{0,04 \cdot (1+0,04)^3} = 1000 \cdot 2,7751 = 2775,1.$$

Таким образом, сумма дисконтированных платежей равна приведенной стоимости потока платежей, рассчитанной по формуле (2.7).

Сегодня необходимо вложить \$2775,1, чтобы через год в течение трех лет выплачивать фиксированную сумму \$1000 с процентной ставкой 4 %.

2.2. Конверсия аннуитетов

В практической деятельности кредитных организаций нередко возникают ситуации, когда начальные параметры аннуитета изменяются. Например, если платежные возможности заемщика улучшаются или ухудшаются, банк может пересмотреть величину разового платежа (если это условие прописано в кредитном договоре). При изменении разового платежа изменится и период погашения. Кроме того, зачастую клиент может потребовать пересмотра процентной ставки, если по аналогичным операциям процентная ставка впоследствии была снижена.

Изменение любого из параметров аннуитета влечет за собой необходимость пересчета других. Данная операция носит название ***конверсии аннуитета***.

Конверсия аннуитетов – изменение начальных параметров аннуитета, после которых новый аннуитет был бы эквивалентным данному.

Два аннуитета считаются ***эквивалентными***, если равны их приведенные величины (сегодняшнее дисконтирование), рассчитанные относительно одного и того же момента времени. На практике необходимость рассчитать параметры эквивалентного аннуитета возникает чаще всего при изменении условий выплаты долга.

Конверсия аннуитета может произойти как на начальный момент времени, так и после выплаты некоторой части аннуитета. Во втором случае расчеты производятся на остаток долга в момент конверсии.

Основные случаи применения конверсии:

1) через промежуток времени после начала аннуитета весь остаток долга может быть выплачен за 1 раз – выкуп аннуитета;

2) изменяется период выплаты долга при сохранении прежней процентной ставки;

3) изменяется разовый платеж при сохранении прежней процентной ставки.

Рассмотрим порядок конверсии аннуитетов на конкретных примерах.

Пример 2.3

Для погашения кредита, выданного под процентную ставку 9 % годовых ежегодно в течение 6 лет вносятся платежи в размере 55 000 ден. ед. Как изменится сумма разового платежа, если срок погашения сократится на 2 года?

Решение:

1) Рассчитаем приведенную стоимость первоначального аннуитета:

$$PV_1 = 55000 \cdot \frac{(1+0{,}09)^6 - 1}{0{,}09 \cdot (1+0{,}09)^6} = 55000 \cdot 4{,}4859 = 246724{,}5 \; \textit{ден. ед.}$$

2) Условие эквивалентности аннуитетов предполагает, что их приведенные суммы равны:

$PV_1 = PV_2$

3) Определим разовый платеж при продолжительности сделки 4 года:

$$CF_2 \cdot \frac{(1+0{,}09)^4 - 1}{0{,}09 \cdot (1+0{,}09)^4} = 246724{,}5$$

$$3{,}2397 \cdot CF_2 = 246724{,}5$$

CF_2 = 76 157 *ден. ед*.

Таким образом, чтобы финансовый результат сделки не изменился, при сокращении срока погашения на 2 года разовый платеж возрастет на 21 127 ден. ед. и составит 76 127 ден. ед.

Пример 2.4

Для погашения кредита, выданного под сложную процентную ставку 4 % годовых в течение 10 лет должны вноситься ежегодные платежи в размере 5000$. Изменившиеся условия дают возможность с самого начал вносить 7500$. Определить новый срок, за который долг будет оплачен полностью.

Решение:

1) Рассчитаем современную величину первоначального аннуитета:

$$PV_1 = 5000 \cdot \frac{(1+0{,}04)^{10} - 1}{0{,}04 \cdot (1+0{,}04)^{10}} = 5000 \cdot 8{,}1109 = 40554{,}50 \$.$$

2) Для изменившегося значения CF_2 = 7500 найдем коэффициент приведения аннуитета

40554,5 = 7500*x

x = 5,407.

3) Используя Приложение 4 «Дисконтирующий множитель (коэффициент приведения) для аннуитета», найдем значение n_2, наиболее близкое к получившемуся при ставке 4 %: n_2 = 6.

4) Следует учитывать, что значение n_2 найдено приближенно, поэтому необходимо рассчитать приведенное значение нового аннуитета при $n_2 = 6$

$PV_{расч}$ = 7500*5,2421 = 39315,75$.

Если величина платежей неизменна, то недостающая сумма должна быть выплачена в начале сделки и составить:

∑ = 40554,5–39315,75 = 1238,75$.

Заметим, что при аннуитетном способе погашения увеличение разового платежа, как правило, не ведет к существенному снижению уровня абсолютных затрат по сделке (уплачиваемых процентов), несмотря на то что основной долг по кредиту при этом начинает погашаться быстрее. При определении новых параметров аннуитета кредитная организация ориентируется на финансовый результат, изначально заложенный для данной кредитной сделки.

2.3. Аннуитет с дополнительными условиями

К числу дополнительных условий, определяющих величину будущей ренты, относят число платежей (или выплат) в году и количество начислений процентов в году. В зависимости от количества выплат в году различают годовые и *p*-срочные ренты. Начисление процентов также может производиться 1 раз в год или несколько раз в году (*m* раз).

Дополнительные условия	
p	Число платежей (выплат) в году
m	Количество начислений процентов в году

Усложним формулу наращенной суммы аннуитета сначала на параметр *m*. Если проценты начисляются *m* раз в году, то формула расчета наращенной суммы будет определяться по формуле (по аналогии с элементарными потоками платежей):

$$FV = CF\frac{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}-1}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m}-1}. \qquad (2.9)$$

В самом общем случае, когда имеет место обыкновенная *p*-срочная рента с начислением процентов *m* раз в году, формула будущей стоимости такого потока имеет вид:

$$FV = CF\frac{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}-1}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{p}}-1}. \qquad (2.10)$$

В практической деятельности банков число платежей в году по основной сумме долга равно числу начислений процентов в течение года, т. е. $m = p$. При использовании обыкновенного аннуитета упрощенная формула будет иметь вид:

$$FV = CF\frac{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}-1}{\frac{r}{m}}. \qquad (2.10.1)$$

Дополним пройденные в п. 2.1 формулы параметрами m и p и систематизируем в таблице (табл. 2.2).

Таблица 2.2

Стоимость / вид аннуитета	*Постнумерандо*	*Пренумерандо*
Наращенная стоимость	$FV = CF\frac{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}-1}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{p}}-1}$	$FV = CF\frac{\left(\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}-1\right)\left(1+\frac{r}{m}\right)}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{p}}-1}$
Приведенная стоимость	$FV = CF\frac{\left(\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}-1\right)}{\left(\left(1+\frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{p}}-1\right)\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}}$	$FV = CF\frac{\left(\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}-1\right)\left(1+\frac{r}{m}\right)}{\left(\left(1+\frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{p}}-1\right)\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}}$

Наращенную стоимость обыкновенного аннуитета с разными условиями платежей обозначим *FV(p,m)*. Т. е., например, годовая рента с начислением процентов в конце года будет записана FV(1,1), а годовая рента с начислением процентов m раз в году будет обозначена FV(1,m) и т. д.

Приведенную стоимость с различными условиями начислений процентов и выплат платежей обозначим *PV(p,m)*.

Сравним будущие и приведенные суммы обыкновенных аннуитетов для одних и тех же размеров выплат и срока ренты, но с различными условиями платежа.

Пример 2.5

CF (за год) = 1[1]; n = 5, r = 8 %.

Найти наращенную стоимость аннуитета при различных сочетаниях *m* и *p*.

Решение:

1) p=1; m = 1

$$FV(1;1)=\frac{(1+0{,}08)^5-1}{0{,}08}=5{,}87;$$

2) p=1; m = 2

$$FV(1;2)=\frac{\left(1+\frac{0{,}08}{2}\right)^{10}-1}{\left(1+\frac{0{,}08}{2}\right)^{2}-1}=5{,}89;$$

3) p=2; m = 1

$$FV(2;1)=\frac{1}{2}\frac{(1+0{,}08)^5-1}{(1+0{,}08)^{\frac{1}{2}}-1}=5{,}98;$$

4)p=2; m = 2

$$FV(2;2)=\frac{1}{2}\frac{\left(1+\frac{0{,}08}{2}\right)^{10}-1}{\frac{0{,}08}{2}}=6{,}003;$$

5)p = 2; m = 4

$$FV(2;4)=\frac{1}{2}\frac{\left(1+\frac{0{,}08}{4}\right)^{20}-1}{\left(1+\frac{0{,}08}{4}\right)^{2}-1}=6{,}014;$$

6)p=4; m = 2

---

[1] Разовый платеж распределяется пропорционально количеству платежей в году (p), т. е. разовый платеж определяется по формуле $\frac{CF}{p}$.

$$FV(4;2)=\frac{1}{4}\frac{\left(1+\frac{0,08}{2}\right)^{10}-1}{\left(1+\frac{0,08}{2}\right)^{\frac{1}{2}}-1}=6,062.$$

При изучении элементарных потоков платежей было обнаружено, что с увеличением параметра *m* наращенная сумма также увеличивается, при одновременном рассмотрении параметров *m* и *p* будущая стоимость аннуитета меняется следующим образом:

FV(1;1) < FV(1;m) < FV(p;1) < FV(p;m) < FV(p;m) < FV(p;m)

m >1 p>1 p>1; m>1 m>p>1 p>m>1

Обратим внимание на случаи применения различных значений *p* при постоянном *m*, например, равном 2:

FV (1;2) = 5,89

FV (2;2) = 6,003

FV (4;2) = 6,062.

Т. о., для вкладчика наиболее выгоден вариант, когда *p*>*m*, т. е. если платежи осуществляются более регулярно, чем начисление процентов. Очевидно, что в таком случае начисление будет осуществляться на сумму меньшую, чем в случае равенства параметров *m* и *p*.

В отношении приведенной стоимости сохраняется такая же тенденция. Определим текущую стоимость потоков платежей для тех же условий, что и в примере 1 (для упрощения расчетов текущую стоимость можно определить путем деления наращенной стоимости на выражение $\left(1+\frac{r}{m}\right)^{nm}$).

Пример 2.6

CF (за год) = 1[2]; n = 5, r = 8 %.

Найти приведенную стоимость аннуитета при различных сочетаниях *m* и *p*.

Решение:

1)p=1; m = 1

$$PV(1;1)=\frac{5,87}{(1+0,08)^5}=3,995;$$

[2] Разовый платеж распределяется пропорционально количеству платежей в году (р), т. е. разовый платеж определяется по формуле $\frac{CF}{p}$.

2)p=1; m = 2

$$PV(1;2)=\frac{5{,}89}{\left(1+\frac{0{,}08}{2}\right)^{10}}=3{,}979;$$

3) p=2; m = 1

$$PV(2;1)=\frac{5{,}98}{(1+0{,}08)^{5}}=4{,}07;$$

4) p=2; m = 2

$$PV(2;2)=\frac{6{,}003}{\left(1+\frac{0{,}08}{2}\right)^{10}}=4{,}93;$$

5)p = 2; m = 4

$$PV(2;4)=\frac{6{,}014}{\left(1+\frac{0{,}08}{4}\right)^{20}}=4{,}05;$$

6)p=4; m = 2

$$PV(4;2)=\frac{6{,}062}{\left(1+\frac{0{,}08}{2}\right)^{10}}=4{,}98.$$

В случае с кредитными сделками очевидно, что более «быстрое» погашение по сравнению с начислением процентов позволит сэкономить на процентах. Это подтверждается и с помощью произведенных расчетов:

$PV(1;2) = 3{,}979$

$PV(2;2) = 4{,}93$

$PV(4;2) = 4{,}98.$

Чем больше приведенная сумма, тем меньше приходится на проценты в общем объеме платежей.

С помощью приведенных неравенств можно заранее сравнить конечные результаты наращения потоков платежей, не прибегая к вычислениям. Рассмотрим пример.

Пример 2.7

Арендодатель предлагает арендатору ежемесячно (в конце месяца) переводить арендную плату в банк, где проценты будут начисляться ежеквартально (в конце квартала). Арендатор же предлагает воспользоваться услугами другого банка, где проценты начисляются ежемесячно, но при этом предлагает вносить арендную плату ежеквартально.

Какой вариант платежей более выгоден арендодателю, если в конце года деньги будут оставаться на счете?

Решение. Исходя из полученного неравенства логично предположить:

$FV(12;4) > FV(4;12)$.

Следовательно, арендатор предлагает заведомо невыгодный для себя вариант.

2.4. Выбор варианта погашения долга. Составление плана погашения кредита

Основная сумма долга может быть погашена целиком до окончания срока кредита или постепенно в течение всего срока. Существуют различные варианты порядка погашения основной суммы долга:

1) единовременное погашение основного долга – данный способ подразумевает регулярное погашение процентов за пользование кредитом в течение срока финансовой сделки, при этом погашение «тела» кредита происходит по окончании срока. Данный способ распространен при кредитовании юридических лиц;

2) погашение периодическими взносами:

2.а) с неравномерным погашением основной суммы долга – понятие «неравномерный» в данном случае подразумевает, что к концу срока сделки полного погашения основного долга не происходит;

2.б) с равномерным погашением основной суммы долга – вся сумма основного долга распределяется пропорционально количеству платежных интервалов, проценты, входящие в платеж при этом определяются исходя из остатка основного долга на момент начисления процентов. Такой способ носит название ***дифференцированный***;

2.в) амортизационное (аннуитетное) погашение – постепенная выплата равномерными погасительными взносами основной суммы долга и процентов.

Рассмотрим разницу способов погашения на конкретном примере. Для этого составим графики погашения, т. е. распределение сумм погашения основного долга и процентов по интервалам платежей, и представим полученные данные в форме таблиц. Для каждого вида погашения условия кредитования будут одинаковыми.

1. Единовременное погашение основного долга

Фирма получает кредит 50000 руб. на срок 3 года, выплачивая 10 % за пользование кредитом. Выплата основного долга проводится в конце срока кредита, проценты уплачиваются по полугодиям.

Погашение основного долга в этом варианте происходит только последним, шестым, платежом, при этом остаток основного дола и, следовательно, сумма процентов за пользование кредитом неизменна и составляет $50000*\frac{10\%}{2} = 2500$ руб. Общая сумма переплаты по кредиту составит 2500*6 = 15000 руб. Это максимальная сумма процентов, без учета штрафных санкций за просрочку платежей.

Расчет представлен в табл. 2.3.

Таблица 2.3

№ периода	*Сумма погашения основного долга*	*Сумма процентов*	*Погасительный платеж*	*Остаток основного долга*
1	2	3	4=2+3	5
1	-	2500	2500	50000
2	-	2500	2500	50000
3	-	2500	2500	50000
4	-	2500	2500	50000
5	-	2500	2500	50000
6	50000	2500	52500	50000
Итого	50000	15000	65000	-

2.а) Погашение периодическими взносами с неравномерным погашением суммы основной суммы долга

Фирма получает кредит 50000 руб. на срок 3 года, выплачивая 10 % за пользование кредитом. Каждые полгода выплачиваются по 5000 руб. + %, т. е. к концу трехлетнего периода непогашенными остаются 25000.

В первую очередь заполняются колонки «сумма погашения основного долга» (эта сумма по условиям задачи постоянна и составляет 5000 руб.) и «остаток основного долга», который с каждым платежным интервалом убывает соответственно на 5000 руб. Погасительный платеж складывается из суммы погашения основного долга и процентов, начисляемых на остаток долга, сумма процентов при этом уменьшается с каждым полугодием на $5000*\frac{10\%}{2}=$ 250 руб. Общая сумма переплаты по кредиту, как видно из табл. 2.4, составит 11250 руб.

Таблица 2.4

№ периода	*Сумма погашения основного долга*	*Сумма процентов*	*Погасительный платеж*	*Остаток основного долга*
1	2	3	4=2+3	5
1	5000	2500	7500	50000
2	5000	2250	7250	45000
3	5000	2000	7000	40000
4	5000	1750	6750	35000
5	5000	1500	6500	30000
6	25000	1250	26250	25000
Итого	50000	11250	61250	-

2.б) Погашение периодическими взносами с равномерным погашением суммы основной суммы долга

Фирма получает кредит 50 000 руб. на срок 3 года, выплачивая 10 % годовых за пользование кредитом. Погашение осуществляется равномерными выплатами основной суммы долга в конце каждого полугодия. Проценты выплачиваются от оставшейся суммы долга также в конце каждого полугодия.

По аналогии с предыдущим примером в первую очередь заполняются вторая и пятая колонки. Сумма погашения основного долга по условиям задачи постоянна и определяется путем деления суммы основного долга на 6 равных частей в соответствии с количеством интервалов: $\frac{50000}{6}$ = 8333 руб. Проценты начисляются на остаток долга, который с каждым платежным интервалом убывает на 8333 руб. и полностью погашается последним платежом. Погасительный платеж постепенно убывает с 10833 руб. до 8751,75 руб. Общая сумма переплаты по кредиту, как видно из табл. 2.5, составит 8750,25 руб.

Таблица 2.5

№ периода	*Сумма погашения основного долга*	*Сумма процентов*	*Погасительный платеж*	*Остаток основного долга*
1	2	3	4=2+3	5
1	8333	2500	10833	50000
2	8333	2083,35	10416,35	41667
3	8333	1666,7	9999,70	33334
4	8333	1250,05	9583,05	25001
5	8333	833,4	9166,40	16668
6	8333	416,75	8751,75	8335
Итого	50000	8750,25	58750,25	0

2.в) Аннуитетный способ

Фирма получает кредит 50000 руб. на срок 3 года, выплачивая 10 % годовых за пользование кредитом. Выплата процентов и погашения основного долга производится 2 раза в год равными погасительными платежами.

Прежде чем составлять график погашения, следует рассчитать погасительный аннуитетный платеж по формуле приведенной суммы аннуитета постнумерандо. Сумма основного долга по своей сути является текущей оценкой потока платежей или суммой распределенных во времени сумм погашений основного долга.

Рассчитав погасительный платеж, который для условий задачи составляет 9850,28, можно разделить первый платеж на сумму, направляемую в счет погашения основного долга и сумму процентного платежа. Сумма процентов в первом платеже, как и в предыдущих примерах, будет составлять 2500 руб., следовательно, оставшаяся часть 9850,28–2500 = 7350,28 руб. направляется в счет уменьшения основного долга. Во втором интервале проценты начисляются на сумму основного долга, уменьшенную на 7350,28, и составляют $42649{,}72*\frac{10\%}{2}$=2132,49 руб., в счет погашения основного долга приходится 9850,28–2132,49 = 7717,79 руб. и так далее. С течением времени структура аннуитетного платежа изменяется: доля, приходящаяся на погашение процентов, уменьшается, соответственно, увеличивается доля погашения основного долга. Общая сумма процентов при погашении кредита аннуитетным способом составит 9101,68 руб.

Таблица 2.6

№ периода	*Сумма погашения основного долга*	*Сумма процентов*	*Погасительный платеж*	*Остаток основного долга*
1	2	3	4=2+3	5
1	7350,28	2500	9850,28	50000
2	7717,79	2132,49	9850,28	42649,72
3	8103,68	1746,6	9850,28	34931,93
4	8508,87	1341,41	9850,28	26828,25
5	8934,31	915,97	9850,28	18319,38
6	9381,03	469,97	9850,28	9385,07
Итого	50000	9105,72	59101,68	-

Как видно из расчетов, самым невыгодным с позиций заемщика является первый способ: проценты в данном случае всякий раз начисляются на всю сумму долга, поскольку ее погашения в течение срока кредита не происходит. Соответственно, чем быстрее убывает сумма долга, тем дешевле обходится кредит.

Наиболее распространенными в потребительском кредитовании (бытовая техника, автокредиты, ипотека) являются дифференцированный и аннуитетный способы, причем аннуитетный способ приобретает все большую популярность.

Проанализировав данные таблиц, можно выделить следующие плюсы и минусы аннуитетного и дифференцированного способов.

«Плюсы» ***аннуитетного*** способа погашения:

▪социальный фактор (равные суммы);

▪первый платеж по аннуитетному способу всегда ниже, чем по диффенцированному, поэтому иногда возможно взять кредит, подразумевающий только погашение равными суммами. Это показано на рис. 2.5 для данных рассмотренного примера.

Дифференцированный способ   Аннуитетный способ

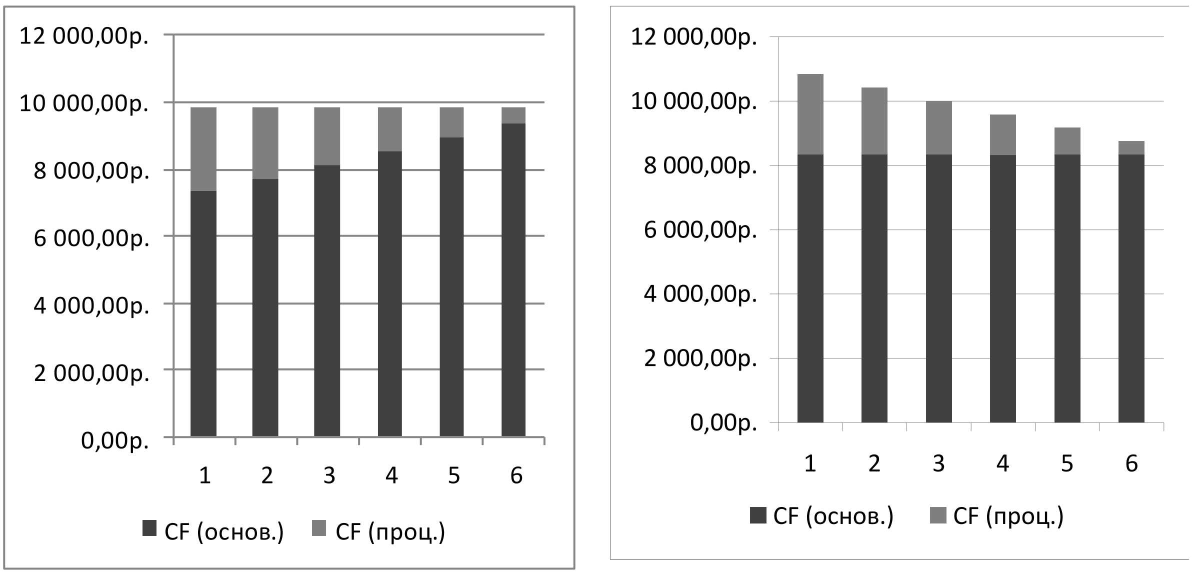

Рис. 2.5. Сравнение аннуитетного и дифференцированного погашения

«Минусы» ***аннуитетного*** способа погашения:

▪такой кредит обходится дороже, чем кредит с использованием дифференцированного способа погашения;

▪очень часто аннуитет нельзя погасить раньше времени, при диффенцированном способе можно и есть смысл погашать досрочно;

▪в договорах оговаривается, что, если клиент будет платить сумму ежемесячного платежа больше положенного, это лишь ускорит погашение аннуитета по времени, но пересчета суммы платежа не будет (как было рассмотрено выше при конверсии аннуитета закладываемый первоначально финансовый результат сделки не меняется).

Задачи, связанные с построением графика погашения долга, легко реализовать в табличной среде MS Excel. Это позволяет значительно снизить трудоемкость расчетов, особенно если количество платежей за весь срок сделки довольно велико. Далее рассмотрим порядок определения параметров аннуитета и составления графиков погашения с помощью табличного процессора MS Excel.

2.5. Реализация финансовых операций в виде потоков платежей с помощью табличного процессора MS Excel

В отличие от разовых платежей для количественного анализа аннуитетов нам понадобятся все выделенные выше характеристики денежных потоков: *FV, PV, CF, r* и *n*.

♦ *Замечание.* Если все платежи осуществляются в начале интервалов аннуитета, то такой денежный поток получил название **пренумерандо** (аргумент *Тип* = 1), если в конце – **постнумерандо** (аргумент *Тип* = 0).

Пример 2.8

Финансовая компания создает фонд для погашения обязательств путем первоначального помещения в банк суммы 100000 у. е. с последующим ежегодным пополнением суммами по 35000 у. е. Ставка по депозиту равна 10 % годовых, начисляемых раз в год. Какова будет величина фонда к концу 3-го года?

Решение.

На рис. 2.6 показано решение примера 2.8.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
36	***PV***	***r***	***n***	***m***	***CF***	***FV***
37	-100000,00	10 %	3	1	-35000,00	**248 950,00**

Рис. 2.6. Решение примера 2.8

В ячейке F19 содержится формула:

=БС(B37/D37;C37*D37;E37;A37;0).

♦ *Замечание.* Функция БС правильно рассчитывает значение *FV* только тогда, когда число платежей в году совпадает с числом начислений процентов (в общем-то, такой случай является наиболее распространенным на практике). Несоблюдение этого условия приводит к расчетным ошибкам.

Для расчета величины *CF* (величины периодического платежа аннуитета) используется функция **ПЛТ**, работа с которой демонстрируется в примере 2.9. Данная функция использует те же самые аргументы, что и в вышерассмотренных функциях.

Пример 2.9

Финансовая компания создает фонд для погашения обязательств путем первоначального помещения на депозит суммы 100000 у. е. под 10 % годовых с ежемесячным начислением процентов. Какую сумму должна ежемесячно перечислять компания на депозит, чтобы по истечении трех лет величина фонда составила 250000 у. е.?

Решение.

На рис. 2.7 показано решение примера 2.9.

	A	B	C	D	E	F
41	***PV***	***r***	***n***	***m***	***CF***	***FV***
42	-100000,00	10 %	3	12	**-2 756,74**	250 000,00

Рис. 2.7. Решение примера 2.9

В ячейке Е24 содержится формула:

=ПЛТ(B42/D42;C42*D42;A42;F42;0).

Сравнивая пример 2.8 с примером 2.9, можно заметить, что сумма, дополнительно перечисленная за три года в примере 2.8 ($3 \times 12 \times 2756{,}74 = 99242{,}81$), будет меньше суммы, дополнительно перечисленной в примере 2.9 ($3 \times 35000 = 105000$). Впрочем, этого и следовало ожидать, т. к. проценты в примере 2.8 начисляются ежемесячно.

Разработка планов погашения кредитов является одной из важнейших и часто встречающихся на практике задач. Рассмотрим ситуацию, когда кредит погашается одинаковыми платежами, равномерно распределенными во времени. Такой метод часто называют **амортизацией долга**. Возникающие при этом денежные потоки представляют собой уже хорошо знакомый нам обыкновенный аннуитет.

Основная задача планирования поступлений (выплат) по кредитам сводится к исчислению составных элементов платежей и распределению их во времени. Для этих целей в MS Excel реализована специальная группа функций: функция **ПРПЛТ** («процентный платеж») и функция **ОСПЛТ** («основной платеж»). Указанные функции, кроме известных нам аргументов, рассмотренных выше, используют также аргумент *Период* – номер периода выплаты.

Разбиение аннуитетного платежа на основной долг и проценты как для банка, так и для заемщика представляет определенный интерес. Для банка процентная часть платежа составляет доход от операции, а для заемщика – сумму, которая в определенных ситуациях может вычитаться из налогооблагаемой базы. При этом соотношение между основной и процентной частями платежа во времени меняется, но неизменной остается их сумма:

$$CF_t^{проц} + CF_t^{осн} = CF_t, \qquad (2.11)$$

или в «терминологии» функций MS Excel:

ПРПЛТ() + ОСПЛТ() = ПЛТ().

Таким образом, функция **ПРПЛТ** рассчитывает процентную часть платежа, а функция **ОСПЛТ** – основную часть платежа.

Пример 2.10

Банком выдан кредит в 100000 руб. на 2 года под 15 % годовых, начисляемых ежеквартально. По условиям договора кредит должен быть погашен в течение указанного срока равными долями, выплачиваемыми в конце каждого квартала. Разработать план погашения кредита *для банка*.

Решение.

На рис. 2.8 показано решение примера 2.10.

Первая таблица служит для определения величины периодического платежа *CF*. Так как к концу срока договора кредит должен быть полностью погашен, то величина $FV = 0$.

В ячейке E72 содержится формула:

=ПЛТ(B72/D72;C72*D72;A72;F72;0).

Вторая таблица демонстрирует изменение во времени соотношения между основной и процентной частями платежа. При вводе формул во вторую таблицу следует обратить внимание на совместное использование абсолютной и относительной адресации ячеек.

В ячейке B75 содержится формула:

=ОСПЛТ($B$72/$D$72;A75;$C$72*$D$72;$A$72;$F$72;0), в других ячейках (B76:B82) содержатся аналогичные формулы с соответствующим смещением ячеек.

В ячейке C75 содержится формула:

=ПРПЛТ($B$72/$D$72;A75;$C$72*$D$72;$A$72;$F$72),

в других ячейках (C76:C82) содержатся аналогичные формулы с соответствующим смещением ячеек.

В ячейке D75 содержится формула:

=СУММ(B75:C75),

в других ячейках (D76:D82) содержатся аналогичные формулы с соответствующим смещением ячеек.

В ячейке B83 содержится формула:

=СУММ(B76:B82),

в других ячейках (C83:D83) содержатся аналогичные формулы с соответствующим смещением ячеек.

	A	B	C	D	E	F
71	***PV***	***r***	***n***	***m***	***CF***	***FV***
72	-100000,00	15 %	2	4	14 699,84р.	0,00
73						
74	**№ пер. (год)**	***CF* (основ.)**	***CF* (проц.)**	***CF***		
75	1	10 949,84р.	3 750,00р.	14 699,84р.		
76	2	11 360,46р.	3 339,38р.	14 699,84р.		
77	3	11 786,48р.	2 913,36р.	14 699,84р.		
78	4	12 228,47р.	2 471,37р.	14 699,84р.		
79	5	12 687,04р.	2 012,80р.	14 699,84р.		
80	**6**	13 162,80р.	1 537,04р.	14 699,84р.		
81	**7**	13 656,40р.	1 043,43р.	14 699,84р.		
82	**8**	14 168,52р.	531,32р.	14 699,84р.		
83	**Итог**	**100 000,00р.**	**17 598,71р.**	**117 598,71р.**		

Рис. 2.8. Решение примера 2.10

На рис. 2.9 показана диаграмма, отражающая изменение во времени соотношения между основной и процентной частями платежа (для этого лучше использовать ***диаграмму с областями с накоплением***).

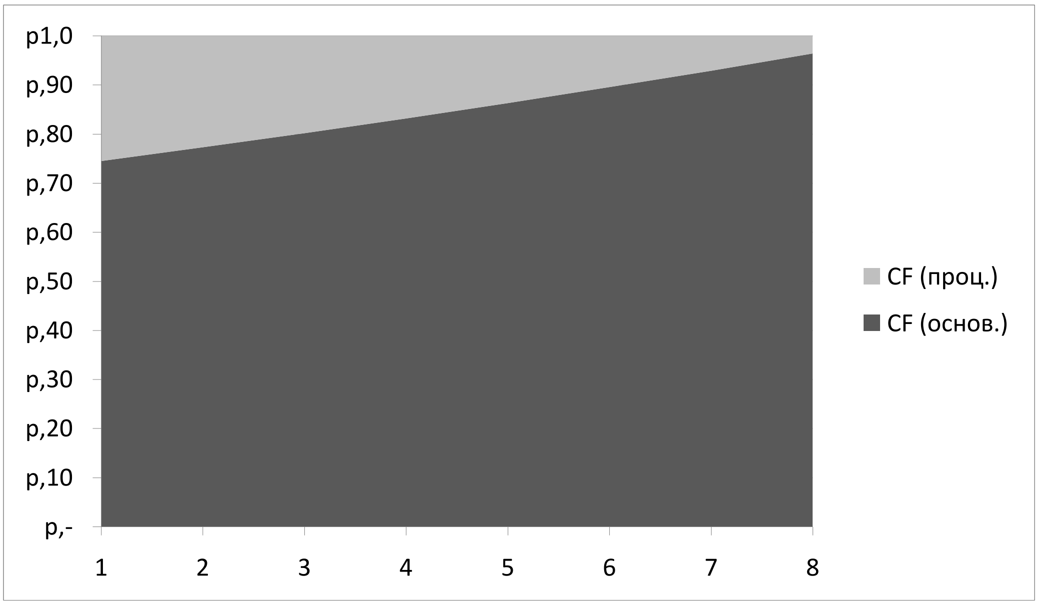

Рис. 2.9. Структура аннуитетных платежей для примера 2.10

♦ *Замечания:*

а) пример 2.10 рассматривался с позиций банка;

б) для быстрого задания абсолютной адресации ячеек можно использовать клавишу **F4**;

в) графа ***CF*** является проверочной, она демонстрирует выполнение соотношения (2.11).

В финансовой практике большое распространение получили различные виды кредитных калькуляторов. В зависимости от их функциональности они могут использоваться для расчета суммы платежей, основной и процентной частей долга, реальной и эффективной процентных ставок, переплат и других параметров кредита. Как правило, в этих калькуляторах реализован расчет по схеме аннуитетных или дифференцированных платежей.

Ниже рассмотрен кредитный калькулятор, в основе которого лежит расчетная схема обыкновенного аннуитета. Наряду с вышерассмотренными финансовыми функциями, в процессе разработки калькулятора были широко использованы и другие технологические инструменты MS Excel: логические функции, проверка данных, условное форматирование.

Пример 2.11

Разработайте калькулятор платежей по займу.

Исходные данные

1. Разрабатываемый калькулятор рассчитывает план погашения займа по схеме обыкновенного аннуитета, т. е. займ погашается равными долями через одинаковые интервалы времени. Возможно досрочное погашение займа путем внесения дополнительных платежей, которые уменьшают основную часть долга. Проценты за период начисляются на оставшуюся основную часть долга (баланс на начало периода).

2. Максимальный период рассрочки (максимальный срок предоставления займа) – 30 лет. Количество платежей в год может меняться от 1 до 12 включительно, обычно: 1 – ежегодно, 2 – два раза в год (раз в полугодие), 4 – ежеквартально, 12 – ежемесячно.

3. Внешний вид (интерфейс) разрабатываемого калькулятора представлен на рис. 2.10. Графическое оформление решения может быть произвольным.

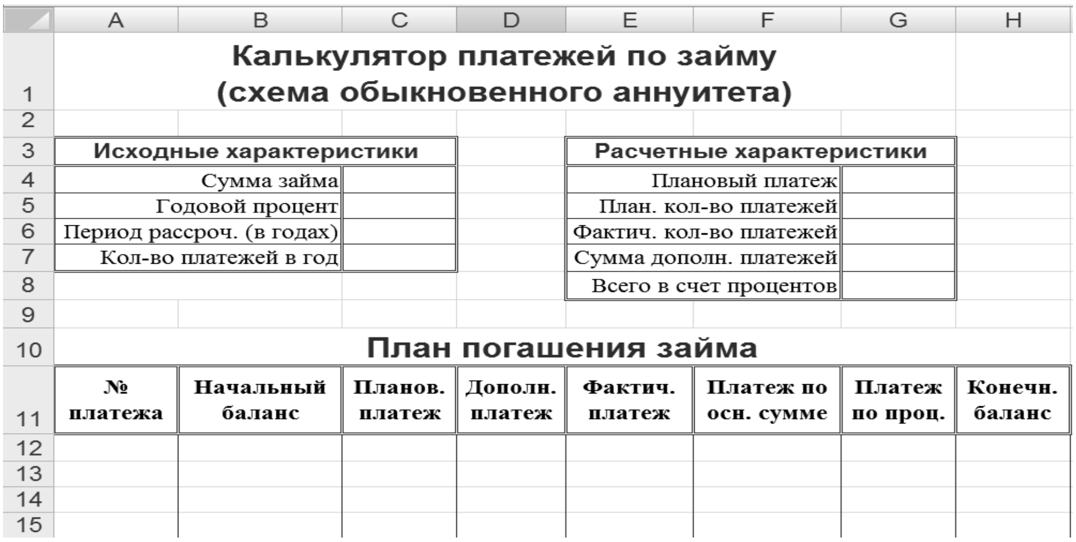

Рис. 2.10. Калькулятор платежей по займу

Порядок выполнения

1. Запустите табличный процессор MS Excel. Переименуйте **Лист1** рабочей книги в Калькулятор платежей, другие листы удалите. Сохраните рабочую книгу под именем **Калькулятор платежей**.

2. Разработайте интерфейс калькулятора в соответствии с рис. 2.10. Для удобства последующего выполнения задания пред-

лагается при разработке калькулятора задействовать те же диапазоны ячеек, что представлены на рис. 2.10.

3. В таблице **Исходные характеристики** задайте ячейкам нижеуказанные форматы или установите ограничения на вводимые в них значения:

▪ячейка **Сумма займа** – денежный формат с двумя знаками после запятой;

▪ячейка **Годовой процент** – процентный формат с одним знаком после запятой;

▪ячейка **Период рассрочки (в годах)** – допускается ввод только целых чисел в диапазоне от 1 до 30 включительно (**Данные – Проверка данных…** – вкладка **Параметры** – поле **Тип данных**). В случае невыполнения данного ограничения организуйте вывод сообщения об ошибке: **Введите целое число от 1 до 30 включительно** (вкладка **Сообщение об ошибке** – поле **Сообщение**);

▪ячейка **Кол-во платежей в год** – допускается ввод только целых чисел в диапазоне от 1 до 12 включительно. Сообщение об ошибке – **Введите целое число от 1 до 12 включительно**.

4. В ячейки таблицы **Исходные характеристики** введите следующие значения:

▪ячейка **Сумма займа** – 1000;

▪ячейка **Годовой процент** – 10;

▪ячейка **Период рассрочки (в годах)** – 3;

▪ячейка **Кол-во платежей в год** – 4.

♦ *Замечание:* введенные в указанные ячейки значения на период выполнения задания будут выступать в качестве тестовых исходных данных. Все приводимые ниже ответы по частным пунктам задания соответствуют указанным тестовым исходным данным.

5. Для выполнения задания необходимо будет произвести ряд вспомогательных расчетов. Первый вспомогательный расчет связан с проверкой ввода всех исходных данных в таблицу **Исходные характеристики**. Организуйте такую проверку любым известным Вам способом в ячейке **I4**. При вводе всех исходных данных в этой ячейке должна возвращаться 1, в противном случае – 0. В ячейку **J4** введите комментарий: **проверка ввода исходных данных**.

Одним из возможных способов проверки ввода всех исходных данных в таблицу **Исходные характеристики** является перемножение соответствующих ячеек. В этом случае в ячейку **I4** должна быть введена следующая формула:

=ЕСЛИ(*Сумма займа***Годовой процент***Период рассрочки**
Кол-во платежей в год>0;1;0) ,

где *текст курсивом* означает ссылку на ячейку с соответствующей смысловой интерпретацией.

Ячейке **I4** присвойте имя **Исходные_данные**. Для этого активизируйте ячейку **I4** и в поле **Имя** (располагается слева от строки формул, см. рис. 1.9) вместо адреса введите указанное имя.

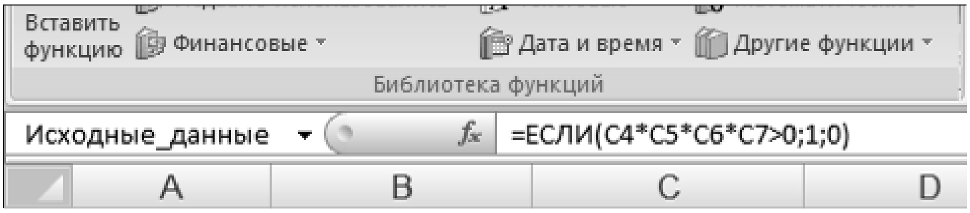

Рис. 2.11. Настройка исходных данных

Если при вводе имени была допущена ошибка, его следует исправить в окне **Диспетчер имен** (**Формулы** – **Диспетчер имен** – **Изменить…**).

6. В таблице **Расчетные характеристики** задайте ячейкам нижеуказанные форматы и введите следующие формулы:

▪ячейка **Плановый платеж** – денежный формат с двумя знаками после запятой, расчетная формула для планового аннуитетного платежа имеет следующий вид:

=ЕСЛИ(Исходные_данные=1;-ПЛТ(*Годовой процент*/
Кол-во платежей в год; *Период рассрочки**
Кол-во платежей в год; *Сумма займа*;0);"") ,

где "" (подряд два символа кавычек) – пустое значение.

Ответ: 97,49.

▪ячейка **Плановое кол-во платежей** – расчетная формула имеет следующий вид:

=ЕСЛИ(Исходные_данные=1;*Период рассрочки**
Кол-во платежей в год;"").

Ответ: 12.

В другие ячейки таблицы **Расчетные характеристики** формулы будут введены позже.

7. Перейдите к разработке формул в таблице **План погашения займа**.

В первую ячейку графы **№ платежа** введите формулу:

=ЕСЛИ(Исходные_данные=1;1;""),

а во вторую ячейку:

=ЕСЛИ(Исходные_данные=1;*Номер предыдущего платежа*+1;"").

В последующие ячейки скопируйте последнюю формулу, пока результат не достигнет 360 (максимально возможный номер платежа равен 360 = 30 лет × 12 платежей).

8. Разработайте формулы в графе **Начальный баланс**.

В первую ячейку данной графы введите формулу:

=ЕСЛИ(Исходные_данные=1;*Сумма займа*;""),

во вторую ячейку:

=*Конечный баланс предыдущего платежа*.

В последующие ячейки скопируйте последнюю формулу. Ячейкам графы задайте денежный формат с двумя знаками после запятой.

9. Разработайте формулы в графе **Плановый платеж**.

В первую ячейку данной графы введите формулу:

=*Плановый платеж*.

Скопируйте данную формулу в последующие ячейки.

10. В графу **Дополнит. платеж** формулы не вводятся, она предназначена для ввода дополнительных платежей с клавиатуры. Задайте ячейкам данной графы денежный формат с двумя знаками после запятой и организуйте проверку вводимых значений, исходя из следующего условия:

0 ≤ *Дополнит. платеж* ≤ *Начальный баланс* +

Платеж по процентам – *Плановый платеж*.

Указанное ограничение задайте в окне **Проверка вводимых значений** (**Данные** – **Проверка данных…** – вкладка **Параметры** – поле **Тип данных** – значение *Действительное*). При задании правого ограничения в поле **Максимум** ввод формулы начните с символа **=**.

Задайте сообщение об ошибке: **Неверная сумма дополнительного платежа**.

♦ *Замечание:* введённое формульное ограничение на сумму дополнительного платежа начнёт «срабатывать» только после заполнения графы **Платеж по процентам**.

Скопируйте ячейку **D12** в последующие ячейки.

11. Разработайте формулы в графе **Фактический платеж**.

Логика расчета фактического платежа состоит в следующем:

$$\textit{Факт. платеж} = \begin{cases} \textit{Начальный баланс,} \\ \text{если } \textit{План. платеж} > \textit{Начальный баланс,} \\ \textit{План. платеж} + \textit{Дополн. платеж,} \\ \text{если первое условие не выполняется.} \end{cases}$$

Окончательный ввод указанной логической конструкции организуйте с использованием дополнительной логической функции **ЕСЛИ** для проверки наличия исходных данных в таблице **Исходные характеристики**.

Скопируйте введённую формулу в последующие ячейки. Ячейкам графы задайте денежный формат с двумя знаками после запятой.

12. Разработайте формулы в графе **Платеж по основной сумме**.

Расчет основной части долга осуществляется по формуле:

Платеж по основной сумме = Фактический платеж – Платеж по процентам.

Окончательный ввод указанной формулы организуйте с использованием логической функции **ЕСЛИ** для проверки наличия исходных данных в таблице **Исходные характеристики**.

Скопируйте введённую формулу в последующие ячейки. Ячейкам графы задайте денежный формат с двумя знаками после запятой.

13. Разработайте формулы в графе **Платеж по процентам**.

Расчет процентной части долга осуществляется по формуле:

*Платеж по процентам = Начальный баланс *Годовой процент / Кол-во платежей в год*.

Окончательный ввод указанной формулы организуйте с использованием логической функции **ЕСЛИ** для проверки наличия исходных данных в таблице **Исходные характеристики**.

Скопируйте введённую формулу в последующие ячейки. Ячейкам графы задайте денежный формат с двумя знаками после запятой.

Ответ: 25,00 (для первого платежа).

14. Разработайте формулы в графе **Конечный баланс**.

Логика расчета конечного баланса состоит в следующем:

$$\textit{Конеч. баланс} = \begin{cases} 0, \text{ если } \textit{План. платеж} > \textit{Начальный баланс,} \\ \textit{Начальный баланс - Платеж по осн. сумме}, \\ \text{если первое условие не выполняется.} \end{cases}$$

Окончательный ввод указанной логической конструкции организуйте с использованием дополнительной логической функции **ЕСЛИ** для проверки наличия исходных данных в таблице **Исходные характеристики**.

Скопируйте введённую формулу в последующие ячейки. Ячейкам графы задайте денежный формат с двумя знаками после запятой.

Ответ: 927,51 (для первого платежа).

15. Разработайте формулу для расчета фактического количества платежей (ячейка **Фактическое кол-во платежей** в таблице **Расчетные характеристики**).

Фактическое количество платежей может не совпадать с плановым количеством платежей в случае досрочного погашения займа. Допустим, во второй платеж была внесена дополнительная сумма в размере 600 руб. В этом случае фактическое количество платежей по займу составит 5 выплат, а план погашения займа примет вид, представленный на рис. 2.12.

10	План погашения займа							
11	№ платежа	Начальный баланс	Планов. платеж	Дополн. платеж	Фактич. платеж	Платеж по осн. сумме	Платеж по проц.	Конечн. баланс
12	1	1 000,00р.	97,49р.		97,49р.	72,49р.	25,00р.	927,51р.
13	2	927,51р.	97,49р.	600,00р.	697,49р.	674,30р.	23,19р.	253,21р.
14	3	253,21р.	97,49р.		97,49р.	91,16р.	6,33р.	162,06р.
15	4	162,06р.	97,49р.		97,49р.	93,44р.	4,05р.	68,62р.
16	5	68,62р.	97,49р.		68,62р.	66,91р.	1,72р.	0,00р.
17	6	0,00р.	97,49р.		0,00р.	0,00р.	0,00р.	0,00р.
18	7	0,00р.	97,49р.		0,00р.	0,00р.	0,00р.	0,00р.

Рис. 2.12. Порядок заполнения Плана погашения займа

Признаком окончания выплат по займу является **нулевое значение** конечного баланса. Это значение может быть найдено с помощью функции **ПОИСКПОЗ** (категория **Ссылки и массивы**), которая возвращает относительную позицию искомого элемента в массиве.

♦ *Замечания:*

▪ в качестве аргумента **Тип_сопоставления** введите 0, т. е. точное нахождение элемента в массиве;

▪окончательный ввод функции **ПОИСКПОЗ** организуйте с использованием логической функции **ЕСЛИ** для проверки наличия исходных данных в таблице **Исходные характеристики**.

Ответ: 5.

16. Проверьте работоспособность ограничения на сумму дополнительного платежа, разработанного в п. 10. Введите в ячейку **D13** платеж 900 руб. вместо 600 руб. – появится окно с сообщением **Неверная сумма дополнительного платежа**. Сохраните в ячейке **D13** сумму 600 руб.

Введите в ячейку **D15** платеж 100 руб. – вновь появится окно с сообщением **Неверная сумма дополнительного платежа**. Введите в ячейку **D15** платеж 50 руб.

Следует заметить, что установленное ограничение корректно работает, если дополнительные платежи вводятся последовательно по мере возрастания номера платежа (наиболее типичная ситуация). В том случае, если платежи введены не по мере возрастания номера платежа, возможна ситуация, когда сумма платежа не противоречит установленному ограничению, но вместе с тем ведёт к отрицательному балансу. Например, введите в ячейку **D12** платеж в размере 300 руб. – план погашения займа представлен на рис. 2.13.

10	**План погашения займа**							
11	**№ платежа**	**Начальный баланс**	**Планов. платеж**	**Дополн. платеж**	**Фактич. платеж**	**Платеж по осн. сумме**	**Платеж по проц.**	**Конечн. баланс**
12	1	1 000,00р.	97,49р.	300,00р.	397,49р.	372,49р.	25,00р.	627,51р.
13	2	627,51р.	97,49р.	600,00р.	697,49р.	681,80р.	15,69р.	-54,29р.
14	3	-54,29р.	97,49р.		-54,29р.	-52,93р.	-1,36р.	0,00р.
15	4	0,00р.	97,49р.	50,00р.	0,00р.	0,00р.	0,00р.	0,00р.
16	5	0,00р.	97,49р.		0,00р.	0,00р.	0,00р.	0,00р.

Рис. 2.13. Порядок учета дополнительных платежей
в Плане погашения займа

Рассмотренную ситуацию обработайте путем цветового изменения заголовка графы **Дополнит. платеж**, для чего проведите условное форматирование ячейки **D11**. Фон этой ячейки должен меняться на красный в случае наличия отрицательных значений в графе **Конечный баланс**. Для проверки последнего условия воспользуйтесь функцией **СЧЕТЕСЛИ** (категория **Статистические**), которую введите во вспомогательную ячейку **I5**:

=СЧЁТЕСЛИ(H12:H371;"<0") .

После ввода функции она должна возвратить значение 1. В ячейку **J5** введите комментарий: **число отрицательных значений в графе Конечный баланс**.

Активизируйте ячейку с заголовком графы **Дополнит. платеж** (ячейка **D11**), задайте условный формат для данной ячейки с использованием *формулы* (рис. 2.14).

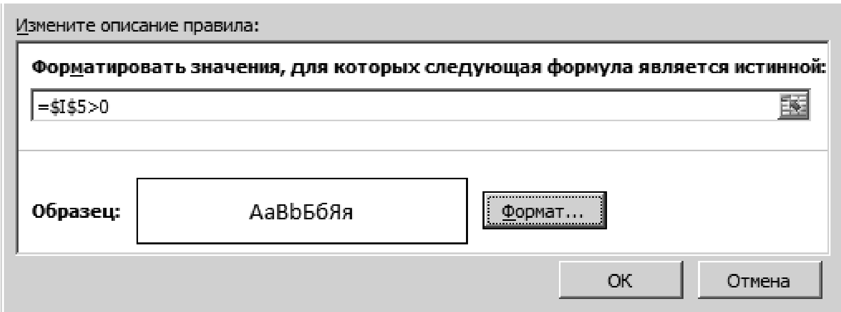

Рис. 2.14. Порядок форматирования столбца «Дополнительный платеж»

Из ячейки **D12** удалите некорректный платеж в размере 300 руб.

17. Разработайте формулу для расчета суммы дополнительных платежей (ячейка **Сумма дополнит. платежей** в таблице **Расчетные характеристики**).

Окончательный ввод функции **СУММ** организуйте с использованием логической функции **ЕСЛИ** для проверки наличия исходных данных в таблице **Исходные характеристики**.

Ответ: 650,00.

18. Разработайте формулу для расчета суммы платежей по процентам (ячейка **Всего в счет процентов** в таблице **Расчетные характеристики**).

Окончательный ввод функции **СУММ** организуйте с использованием логической функции **ЕСЛИ** для проверки наличия исходных данных в таблице **Исходные характеристики**.

Ответ: 59,04.

19. Используя возможности условного форматирования, организуйте скрытие области с «нулевыми» погашениями.

Сложность поставленной задачи состоит в том, что эта область меняется в зависимости от введённых исходных данных. Поэтому ключевым моментом в её решении является определение границ этой области. С точки зрения технологии реализации более логичным является решение обратной задачи – нахождение границ «рабочей» области. Эта задача решается достаточно просто: начальная граница является фиксированной, а конечная граница может быть найдена с помощью функции **ПОИСПОЗ** аналогично решению задачи по расчету фактического количества платежей (см. п. 15).

Для удобства в качестве начальной границы примем строку с заголовком таблицы (одиннадцатая строка). Во вспомогательную ячейку **I6** введите функцию **СТРОКА(A11)**, которая возвратит значение 11. В ячейку **J6** введите комментарий: **строка с заголовком таблицы**.

Логика расчета конечной границы состоит в следующем:

$$\textit{Конеч. строка} = \begin{cases} \textit{Строка с заголовком} + \textit{Факт. колич. плат.}, \\ \text{если введены исх. данные}, \\ \textit{Строка с заголовком}, \\ \text{если первое условие не выполняется}. \end{cases}$$

Указанную логическую конструкцию введите во вспомогательную ячейку **I7**, в результате чего в ней будет возвращено значение 16. В ячейку **J7** введите комментарий: **конечная строка**.

Всей расчетной области (диапазон **A12:H371**) задайте жёлтый цвет фона.

Активизируйте ячейку **B13** и установите для неё с помощью *формул* условный формат, представленный на рис. 2.15 (**Условное форматирование** – **Управление правилами**).

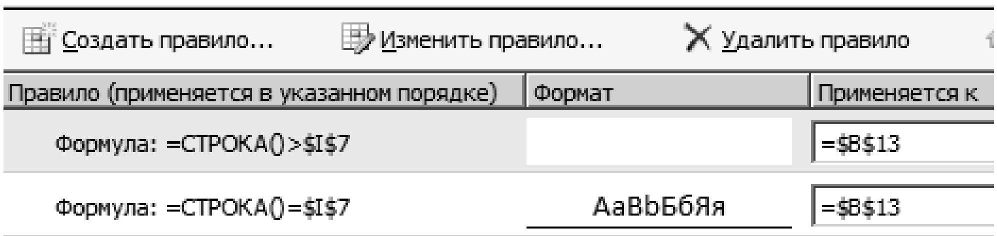

Рис. 2.15. Установка условного форматирования

♦ *Замечание:* функция СТРОКА() без аргументов возвращает номер строки текущей ячейки.

Первое условие проверяет принадлежность текущей ячейки «нерабочей» области. Если это условие выполняется, то ячейка «скрывается» путем задания следующих элементов форматирования:

- вкладка **Шрифт:** поле **Цвет** – белый;
- вкладка **Граница:** нет границ;
- вкладка **Вид:** поле **Цвет** – белый.

Второе условие проверяет принадлежность текущей ячейки последней строке «рабочей области». Если это условие выполняется, то ячейка оформляется нижней границей, для чего задаются следующие элементы форматирования:

- вкладка **Шрифт:** поле **Цвет** – авто;
- вкладка **Граница:** отметить нижнюю границу, другие границы оставить без изменений;
- вкладка **Вид:** поле **Цвет фона** – без изменений (если случайно был произведен отказ от фона или задан другой цвет фона, нажмите кнопку **Очистить**).

При активной ячейке **B13** на вкладке **Главная** выберите кнопку **Формат по образцу**, после чего выделите всю расчетную область (диапазон **A12:H371**) – формат ячейки **B13** распространится на все ячейки выбранного диапазона. Ячейкам графы **№ платежа** верните числовой формат без десятичных знаков. Результат представлен на рис. 2.16.

10	План погашения займа							
11	№ платежа	Начальный баланс	Планов. платеж	Дополн. платеж	Фактич. платеж	Платеж по осн. сумме	Платеж по проц.	Конечн. баланс
12	1	1 000,00р.	97,49р.		97,49р.	72,49р.	25,00р.	927,51р.
13	2	927,51р.	97,49р.	600,00р.	697,49р.	674,30р.	23,19р.	253,21р.
14	3	253,21р.	97,49р.		97,49р.	91,16р.	6,33р.	162,06р.
15	4	162,06р.	97,49р.	50,00р.	147,49р.	143,44р.	4,05р.	18,62р.
16	5	18,62р.	97,49р.		18,62р.	18,16р.	0,47р.	0,00р.

Рис. 2.16. Результат заполнения Плана погашения займа

20. Установите требуемый масштаб вывода документа на печать таким образом, чтобы *по ширине* он помещался на лист формата А4 книжной ориентации (**Разметка страницы – Параметры страницы**… – вкладка **Страница – Масштаб – Установить**).

Установите для заголовка плана погашения займа (строка **11**) отображение в начале каждой новой страницы (вкладка **Лист** – **Печатать на каждой странице** – **Сквозные строки**, см. рис. 2.17).

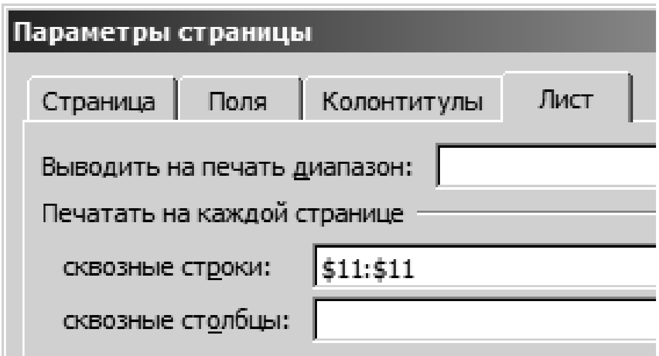

Рис. 2.17. Установка параметров печати

Удалите все дополнительные платежи. Установите период рассрочки **10** лет, а количество платежей в год – **12**. Выполните предварительный просмотр документа, перемещаясь по страницам с помощью кнопок **Следующая страница** и **Предыдущая страница**. Обратите внимание, что имеется ряд пустых рабочих листов, выводимых на печать. Для преодоления указанного недостатка выполните следующие действия:

- задайте область печати **A1:H371** (вкладка **Лист** – **Выводить на печать диапазон**);
- откройте диалоговое окно **Диспетчер имен** (**Формулы** – **Диспетчер имен**), обратите внимание, что в этом окне появились два системных именованных диапазона: **Заголовки_для_печати** и **Область_печати**;
- выделите имя **Область_печати**, нажмите кнопку **Изменить** и в поле **Диапазон** вместо формулы

='Калькулятор платежей'!$A$1:$H$371

введите формулу

=СМЕЩ('Калькулятор платежей'!$A$1:$H$371;0;0;

'Калькулятор платежей'!$I$7).

В разработанной формуле используется функция **СМЕЩ**, которая возвращает ссылку на диапазон, смещённый относительно заданной ссылки на указанное число строк и столбцов. Данная функция имеет следующие аргументы:

▪**Ссылка** – это ссылка, от которой вычисляется смещение. В нашем случае это вся область печати, т. е. диапазон **A1:H371**;

▪**Смещ_по_строкам** – это количество строк, которые нужно отсчитать вверх или вниз так, чтобы верхняя левая ячейка результата ссылалась на это место. В нашем случае смещение равно **0**, т. е. ссылаемся на первую строку области печати;

▪**Смещ_по_столбцам** – количество столбцов, которые нужно отсчитать влево или вправо так, чтобы левая верхняя ячейка результата ссылалась на это место. В нашем случае смещение равно **0**, т. е. ссылаемся на первый столбец области печати;

▪**Высота** – высота (число строк) возвращаемой ссылки. В нашем случае это ссылка на ячейку **I7**, т. е. на номер конечной строки;

▪**Ширина** – этот аргумент в нашем случае не задействуется.

Таким образом, функция **СМЕЩ** позволяет из всей области печати выделить только область, актуальную для текущих исходных данных. В нашем случае это диапазон **A1:H131** (см. номер конечной строки в ячейке **I7**).

Выполните предварительный просмотр документа, перемещаясь по страницам с помощью кнопок **Следующая страница** и **Предыдущая страница**. Обратите внимание, что пустые рабочие листы исчезли.

21. Выполните следующие действия:

▪для вспомогательных ячеек (диапазон **I4:J7**) задайте белый цвет шрифта;

▪скройте сетку рабочего листа и пунктирные линии разбиения на страницы (кнопка **Office** – **Параметры Excel** – **Дополнительно** – группа **Показать параметры для следующего листа** – флажок **Показывать разбиение на страницы** и флажок **Сетка**);

▪для ячеек с исходными данными (диапазон **C4:C7**), а также для всех ячеек графы **Дополнит. платеж** снимите защиту (**Формат ячеек …** – вкладка **Защита** – флажок **Защищаемая ячейка**);

▪защитите от изменений рабочий лист (**Рецензирование** – **Защитить лист**), снимите флажок **Выделение заблокированных ячеек**, пароль не задавайте.

22. Проведите тестирование разработанного прикладного решения.

Задачи

1. Предприятие формирует фонд развития производства путем ежеквартальных отчислений в размере 100 тыс. руб. на депозитный счет в банке, на которые ежемесячно начисляются сложные проценты по ставке 36 % годовых. Чему будет равна величина фонда через 3 года?

2. Рассчитайте сегодняшнюю стоимость будущих доходов при условии, что аннуитетные платежи составляют 600$ ежегодно в течение 4 лет, а ставка дисконтирования 6,6 % годовых.

3. Для погашения кредита, выданного под сложную процентную ставку 15 % годовых в течение 10 лет должны вноситься платежи в размере 10000 руб. На сколько сократится срок погашения кредита, если сумма разового платежа увеличится на 2500 рублей?

4. Для погашения кредита, выданного под сложную процентную ставку 14 % годовых, в течение 10 лет каждые полгода должны вноситься платежи в размере 14300 руб. Через 5 лет заемщик и банк перезаключают договор, и согласно новым условиям полный срок погашения кредита – 8 лет. Определить, насколько вырастет разовый платеж.

5. Кредит на сумму 700000 ден. ед. получен 25 марта на 1 год под процентную ставку 16 % годовых. Заемщик погашает кредит ежемесячно равными суммами. Построить график платежей.

6. Кредит на сумму 150000 ден. ед. получен 17 апреля на 1 год под процентную ставку 18 % годовых, ежемесячная комиссия за обслуживание ссуды – 1,5 % от суммы кредита. Заемщик погашает кредит ежемесячно равными суммами. Построить графики погашения аннуитетным и дифференцированным способами.

3. Анализ инвестиционных проектов

3.1. Параметры инвестиционного проекта

3.2. Реализация анализа инвестиционных проектов с помощью табличного процессора MS Excel

3.1. Параметры инвестиционного проекта

Под оценкой (анализом) инвестиционного проекта понимают технику обоснования его целесообразности и выгодности реализации. В основе принятия управленческих решений инвестиционного характера лежит сравнение объема требуемых инвестиций и будущих денежных поступлений. Поскольку сравниваемые показатели возникают в разные моменты времени, одним из ключевых вопросов при таком сравнении является обеспечение сопоставимости показателей.

Наиболее популярным критерием оценки инвестиционного проекта является показатель ***чистой текущей стоимости***.

Чистая текущая стоимость (NPV, Net Present Value) – разница между суммой дисконтированных доходов и суммой инвестиции, т. е. прирост денежных средств вследствие реализации инвестиции. В основу данного метода заложено стремление к повышению ценности фирмы, ее рыночной стоимости. Именно критерий приращения стоимости является одним из определяющих при оценке инвестиционных проектов.

Итак, метод основан на сопоставлении величины инвестиции, осуществляемой в текущий момент времени с общей суммой дисконтированных поступлений, генерируемых в течение прогнозируемого срока:

$$NPV = -I + \sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{\left(1+r\right)^i}, \qquad (3.1)$$

где I – сумма инвестиции,

CF_i – денежный доход в i-м периоде (чистый денежный поток, непосредственно получаемый от реализации инвестиции),

r – ставка доходности в i-м периоде, т. е. требуемая инвестором доходность,

n – прогнозируемая длительность инвестиционного проекта.

Основополагающим принципом при реализации инвестиционного проекта является требование эффективности: $\boldsymbol{NPV > 0}$. Это подразумевает, что денежные доходы от реализации проекта, оцениваемые в едином формате времени, превышают денежные вложения в проект.

При прогнозировании доходов следует учитывать все поступления как производственного, так и непроизводственного характера, в том числе ликвидационные поступления по окончании срока действия проекта, поступления, связанные с высвобождением оборотных средств, и т. д. Если имеют место дополнительные расходования средств в течение срока реализации проекта, они также должны быть учтены в соответствующем периоде.

При выборе ставки доходности инвестор исходит из следующих требований:

- ставка доходности отражает требования инвестора относительно доходности вложения и не должна быть ниже цены капитала, используемого для финансирования проекта;
- поскольку ставка доходности должна учитывать риск проекта, то дополнительно может быть учтена плата за риск конкретного проекта (через увеличение ставки доходности на определенную величину предприятия).

При расчете дисконтированной величины поступлений, как правило, используется постоянная ставка дисконтирования, однако при подверженности значения ставки существенным колебаниям в расчет могут приниматься индивидуальные для каждого года значения.

Дисконтированную сумму платежей удобно находить с использованием таблицы дисконтирующих множителей для единичного платежа (см. Приложение 2).

Пример 3.1

Оценить эффективность инвестиционного проекта А при ставке доходности 10 % годовых при условии, что требуется 15000 тыс. руб. вложения, доходы по годам составят 5000, 5000, 10000 тыс. руб.

Решение:

$$NPV = -15000 + \frac{5000}{1+0,1} + \frac{5000}{(1+0,1)^2} + \frac{10000}{(1+0,1)^3} = -15000 + 4545 + 4132 + 7519 =$$

1196 *тыс.руб.*

Расчеты подтверждают целесообразность инвестирования средств в проект: чистая дисконтированная стоимость положительна и составляет 1196 тыс. руб.

Однако для того, чтобы сделать вывод о целесообразности инвестирования, абсолютных показателей эффективности проекта часто оказывается недостаточно.

Абсолютный прирост стоимости необходимо соотнести с размером вложений. Относительная отдача от инвестирования средств должна соотноситься с доходностью, требуемой инвестором. Поэтому оценка инвестиционных проектов дополняется расчетом ***индекса рентабельности***.

Индекс рентабельности (PI, Profitability Index) – отношение суммы дисконтированных поступлений к сумме инвестиций. В соответствии с определением формула для нахождения *PI* имеет вид:

$$PI = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{(1+r)^i}}{I}. \qquad (3.2)$$

Соответственно, если сумма дисконтированных поступлений превалирует над суммой вложений ($NPV > 0$), то $PI > 1$. В случае если PI < 1, проект является убыточным и его следует отвергнуть. В отличие от показателя *NPV*, который демонстрирует абсолютный результат (эффект) от инвестирования средств, *PI* показывает отдачу приведенных доходов с рубля инвестиции, т. е. эффективность инвестиций.

Рассмотрим пример, связанный с выбором наиболее предпочтительного из альтернативных вариантов инвестирования средств.

Пример 3.2

Рассматриваются 2 проекта. Первый проект характеризуется следующим распределением доходов и расходов во времени: -10000; 3400; 6500; 8000, второй: -100000; 40000; 40000; 60000. Принятая норма дисконтирования составляет для первого проекта 10 %, для второго – 15 %. Какой проект наиболее предпочтителен для инвестора?

Решение.

В первую очередь рассчитаем NPV для обоих проектов:

$$NPV_1 = -10000 + \frac{3400}{1+0{,}1} + \frac{6500}{(1+0{,}1)^2} + \frac{8000}{(1+0{,}1)^3} = -10000 + 3091 + 5372 + 6011 = 4474,$$

$$NPV_2 = -100000 + \frac{40000}{1+0{,}15} + \frac{40000}{(1+0{,}15)^2} + \frac{60000}{(1+0{,}15)^3} = -100000 + 34782 + 30246 + 39451 = 4479.$$

Согласно расчетам оба проекта окупаются за срок действия проекта (3 года), причем чистая приведенная стоимость проектов примерно совпадает. Однако первый проект требует вложения 10000 тыс. руб., а второй – суммы, в десять раз большей. Рассчитаем индексы рентабельности проектов:

$$PI_1 = \frac{14474}{10000} = 1{,}447$$

$$PI_1 = \frac{104479}{100000} = 1{,}045.$$

Отдача от первого проекта превысит инвестиции на начальном этапе в 1,44 раза, от второго проекта – лишь в 1,045. Очевидно, что более предпочтительным является первый проект.

Таким образом, индекс рентабельности зачастую является определяющим при выборе предпочтительного проекта из альтернативных, имеющих примерно одинаковые *NPV*. Если два проекта имеют одинаковые *NPV*, но разный объем требуемых инвестиций, очевидно, что наиболее эффективным с точки зрения вложения будет проект, предполагающий более «скромные» вложения средств. Средства, высвобождаемые при этом, могут быть инвестированы в другие проекты с извлечением дополнительной прибыли.

Еще одним критерием сравнения и ранжирования инвестиционных проектов может выступать ***внутренняя норма доходности***.

Внутренняя норма доходности (IRR, Internal Rate of Return) показывает такое значение ставки дисконтирования, при которой *NPV = 0,* т. е. инвестиции равняются сумме приведенных доходов:

$$I = \sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{(1+r)^i}, \tag{3.3}$$

т. е. это реальная доходность, присущая данной инвестиции.

При осуществлении расчетов без использования специальных технических средств можно использовать метод линейной аппроксимации, предусматривающий нахождение *IRR* путем последовательных итераций с использованием табличных значений дисконтирующих множителей. Данный показатель определяется путем расчета чистой текущей стоимости при двух произвольно выбранных значениях доходности ***графически*** или ***по формуле***:

$$IRR = r_1 + \frac{NPV_1}{NPV_1 - NPV_2}(r_2 - r_1) \qquad (3.4)$$

Наиболее оптимальным при определении *IRR* является вариант, когда r_1 и r_2 берутся таким образом, чтобы функция $NPV = f(r)$ меняла свой знак, то есть значения NPV_1 и NPV_2 были разнознаковыми.

Значение внутренней нормы доходности измеряется в процентах и показывает максимальный уровень затрат, при превышении которого реализация проекта становится убыточной.

Данный показатель сравнивается либо со ставкой дисконтирования, либо со стоимостью капитала (WACC или процентная ставка по привлеченным средствам), причем если

$IRR > r$, проект следует принять,

$IRR < r$, проект не следует финансировать,

$IRR = r$, проект не является ни прибыльным, ни убыточным.

При сравнении *IRR* с показателями доходности/затратности можноне только сделать вывод о целесообразности инвестирования, но и оценить резерв безопасности: на сколько процентных пунктов может вырасти ставка дисконтирования без ущерба для прибыльной реализации проекта. Определение степени устойчивости проекта особенно важно ввиду подверженности рыночных ставок значительным колебаниям. Поэтому при достаточно высоком значении внутренней нормы рентабельности инвесторы могут быть спокойны относительно надежности прогнозных значений дохода.

Пример 3.3

Оценить эффективность инвестиционного проекта А через определение внутренней нормы доходности проекта при ставке доходности 10 % годовых при условии, что требуется 15000 тыс. руб. вложения, доходы по годам составят 5000, 5000, 10000 тыс. руб.

Решение. Для удобства расчетов второе значение чистой приведенной стоимости (NPV) определим при ставке дисконтирования, равной 0.

$$IRR = 10\% + \frac{1196}{1196 - 5000} \cdot (0 - 10\%) = 13\% .$$

Таким образом, если ставка дисконтирования превысит 13 %, сумма дисконтированных платежей будет ниже, чем сумма инвестирования.

Поскольку r < IRR (10 % < 13 %), решение об инвестировании средств в проект должно быть положительным.

Еще одним параметром, имеющим широкое применение в аналитической практике оценки инвестиционных проектов является ***срок окупаемости***.

Срок окупаемости (PP, Payback Period, T) – период времени, в течение которого сумма получаемых приведенных чистых денежных потоков покроет сумму инвестиции. Определяется путем последовательного сопоставления суммы инвестиции с суммой приведенного дохода по отдельным периодам реализации инвестиции. Эффективная инвестиция имеет срок окупаемости меньший, чем срок реализации инвестиции.

Т. е. T = min n, при котором

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{(1+r)^i} \geq I\ . \qquad (3.5)$$

Иногда при нахождении срока окупаемости проекта опускают влияние фактора времени, т. е. денежные поступления не подвергаются процедуре дисконтирования. В таком случае значение срока окупаемости находится по формуле:

T = min n, при котором

$$\sum_{i=1}^{n} CF_i \geq I\ . \qquad (3.6)$$

Нередко срок окупаемости определяется точно, т. е. устанавливается дробное значение *n*. При этом предполагается, что поступление ожидаемых доходов равномерно распределено в течение года.

Необходимость расчета срока окупаемости возникает тогда, когда инвестор устанавливает лимит окупаемости проекта, т. е. требует возмещения затрат в оговоренные сроки, меньшие продолжительности проекта.

При выборе наиболее рационального варианта вложения предпочтение отдается проекту с меньшим сроком окупаемости прежде всего из соображений рискованности оценки удаленных от текущего момента поступлений.

Пример 3.4.

Определить срок окупаемости проекта при ставке доходности 10 % годовых при условии, что требуется 15000 тыс. руб. вложения, доходы по годам составят 5000, 5000, 10000 тыс. руб.

Решение. При последовательном сопоставлении суммы инвестиции с суммой приведенного дохода получаем следующие результаты:

кумулятивный эффект после первого года -10455 тыс. руб.,

после второго года -6323 тыс. руб.,

после третьего года +1196 тыс. руб.

Следовательно, проект окупается на третьем (последнем) году реализации

Т = 2 + $\frac{6323}{7519}$= 2,8 года при равномерном распределении платежей в течение года.

Вывод: проект окупается за срок реализации инвестиции.

Несмотря на простоту определения периода окупаемости проекта, при расчете этого показателя аналитик может столкнуться с рядом трудностей:

▪ограниченность показателя ввиду того, что в расчет не принимаются доходы периодов, следующих за годом окупаемости проекта. Например, если два альтернативных проекта окупаются за 3 года, но первый предполагает поступления платежей в размере *CF* в течение еще 3 лет, а второй в размере *CF* в течение еще 5 лет, то очевиден тот факт, что предпочтение следует отдать последнему проекту;

▪показатель времени окупаемости проекта не делает различий для распределения доходов по годам. Например, если два альтернативных проекта имеют распределение доходов 40; 60; 20 и 20; 40; 60 со сроком окупаемости 3 года, то более предпочтителен первый проект, поскольку он генерирует поступление больших сумм на начальных этапах реализации проекта. Это снижает прямые и косвенные издержки, связанные с движением денежных средств: во-первых, такая структура поступлений меньше подвержена риску падения покупательной способности денег, во-вторых, суммы поступающих денежных средств могут быть реинвестированы в другие проекты.

Рассмотренные критерии эффективности проектов взаимосвязаны:

если $NPV > 0$, то одновременно $IRR > r$ и $PI > 1$,

если $NPV = 0$, то одновременно $IRR = r$ и $PI = 1$, если $NPV < 0$, то одновременно $IRR < r$ и $PI < 1$,

что, с одной стороны, позволяет избежать лишних расчетов для принятия решения инвестиционного характера. Однако, как видно из примера 3.2., руководствуясь расчетами лишь одного из параметров эффективности инновационного проекта, не всегда возможно сделать правильный выбор в отношении альтернативных проектов. Более того, параллельные оценки альтернативных проектов по единственному из критериев NPV, PI, IRR или T могут привести к диаметрально противоположным выводам. Даже одновременный учет всех этих параметров может поставить инвесторов в тупик при выборе финансирования нескольких проектов с разным объемом требуемых инвестиций. В таких случаях встает необходимость ранжирования проектов и, соответственно, выбора наиболее приоритетного с аналитической точки зрения критерия. Как правило, этот критерий устанавливается исходя из личных соображений инвесторов, однако многие ученые высказывают предпочтительность критерия NPV, поскольку именно этот критерий совпадает с основной целевой установкой, стоящей перед любой компанией, – максимизацией абсолютной прибыли и улучшением благосостояния ее владельцев. Согласно данным Ю. Бригхема и Л. Гапенски [3], американские инвесторы отдают предпочтение критерию внутренней нормы доходности. Высказывается предположение о предпочтении относительных показателей перед абсолютными. Таким образом, однозначного алгоритма оценки инвестиционных проектов нет.

3.2. Реализация анализа инвестиционных проектов с помощью табличного процессора MS Excel

Рассмотрим порядок решения задач, связанных с оценкой инвестиционных проектов, в табличном процессоре MS Excel.

Пример 3.5

Проанализируйте целесообразность вложения средств в проект. Сравните 2 варианта расчета NPV по трудоемкости. Результаты представьте в таблице.

Решение. Для того чтобы найти чистую приведенную стоимость реализации проекта, следует сумму дисконтированных денежных доходов сопоставить с суммой первоначальной инвестиции:

$$NPV = -I + \sum_{i=1}^{n} \frac{CF_i}{(1+r)^i}. \qquad (3.1)$$

В примере 3.5 проведем сравнение трудоемкого последовательного расчета *NPV* и расчета с использованием одной формулы.

	A	B	C	D	E	F	G
36	**t**	$\mathbf{I_0}$	**r**	$\mathbf{CF_i}$	$\mathbf{(1+r)^i}$	$\mathbf{PV_i}$	$\mathbf{NPV_i}$
37	**0**	100000,00					-100000,00
38	**1**		10 %	25000,00	1,1000	22727,27	-77272,73
39	**2**		10 %	30000,00	1,2100	24793,39	-52479,34
40	**3**		10 %	35000,00	1,3310	26296,02	-26183,32
41	**4**		10 %	40000,00	1,4641	27320,54	1137,22
42	**5**		10 %	45000,00	1,6105	27941,46	29078,68
43	**6**		10 %	50000,00	1,7716	28223,70	57302,37
44	**Итог**	**100000,00**		**225000,00**			**57302,37**

Рис. 3.1. Решение примера 3.5

Для начала следует определить изменение размера дисконтирования в зависимости от периода поступления дохода $(1+r)^i$ в столбце E:

=СТЕПЕНЬ(1+C38;A38)

в других ячейках (E39:E43) содержатся аналогичные формулы с соответствующим смещением ячеек.

Затем найти дисконтированную сумму каждого поступления (ячейка F38):

=D38/E38

И в столбце G посчитать NPV после каждого года реализации проекта:

=G37+F38

И сместить ячейки вниз.

Так, из расчетов видно, что проект окупается на 4 году реализации, а общая *NPV* равна 57302,37 ден. ед.

Для нахождения *NPV* в табличном процессоре EXCEL предусмотрена функция **ЧПС** (Чистая приведенная стоимость), в ячейке, предусматривающей альтернативный вариант расчета, следует ввести:

=ЧПС(C38;D38:D43)-B37.

В результате расчета оба NPV должны совпадать.

♦ *Замечание.* Если в диапазон значений аргумента функции ЧПС включить сумму инвестиции, программа произведет и ее дисконтирование, что приведет к некорректным расчетам, т. к. сумма инвестиции дана в текущей оценке. Поэтому сумму первоначального вложения лучше учесть отдельно.

Пример 3.6

Рассматриваются 2 проекта. Принятая норма дисконтирования составляет для первого проекта 10 %, для второго – 15 %. Какой проект наиболее предпочтителен для инвестора? Результаты представьте в таблице, рассчитав все необходимые показатели.

Решение. Значение *NPV* проектов рассчитывается по аналогии с предыдущей задачей.

В колонке H определяется индекс рентабельности проекта:

=ЧПС(B51;D51:F51)/C51.

В колонке F определяется внутренняя норма доходности проекта *IRR* с использованием функции **ЧИСТВНДОХ**:

=ЧИСТВНДОХ(C51:F51;C50:F50).

При определении *IRR* в аргументах функции важно учесть и величину вложений.

В столбце J определяется приведенная стоимость проекта при ставке дисконтирования, равной *IRR*. Поскольку ставка *IRR* показывает процентную ставку, при которой *NPV* равно 0, сумма, получившаяся в данной колонке должна примерно совпадать по модулю с величиной инвестиции:

=ЧПС(I51;D51:F51).

Расчеты представлены на рис. 3.2.

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**F**	**J**
Проект	***r***	***01.01. 2012***	***01.01. 2013***	***01.01. 2014***	***01.01. 2015***	***NPV***	***IR***	***IRR***	***PV (IRR)***
альфа	10 %	-10000,00	3400,00	6500,00	8000,00	4 473,33	0,45	30,59 %	10 007
омега	15 %	-100000,00	40000,00	40000,00	60000,00	4 479,33	0,04	17,48 %	100 044

Рис. 3.2. Решение примера 3.6

Таким образом, использование возможностей MS Excel позволяет значительно упростить и ускорить расчеты, связанные с анализом инвестиционным проектов.

Задачи

1. Требуется проанализировать проект со следующими характеристиками (млн.руб.) -150; 30; 70; 70; 45. Ожидается, что стоимость капитала по годам будет меняться следующим образом: 12 %; 13 %; 14 %; 15 %.

2. Определить целесообразность инвестирования в проект, используя информацию о внутренней норме доходности. если ставка дисконтирования составляет 14 % годовых, а денежные потоки распределяются следующим образом (тыс. руб.): -800; 300; 400; 600.

3. Рассчитать срок окупаемости проекта при ставке дисконтирования 11 % годовых, если денежные потоки распределяются следующим образом (млн. руб.): -500; 200; 200; 200.

4. Определить целесообразность финансирования проекта при прогнозном распределении потоков денежных средств: -1100; 300; 400; 400; 400 и ставке дисконтирования 10 % годовых.

5. В таблице приведены данные инвестиций и поступлений по 4 проектам. Требуется выбрать наиболее предпочтительный с точки зрения инвестора, если финансирование выбранного проекта осуществляется за счет банковского кредита под 12 % годовых.

Год	*Денежные потоки (тыс. руб.)*			
	Проект № 1	*Проект № 1*	*Проект № 1*	*Проект № 1*
0	-1200	-1200	-1200	-1200
1	0	100	300	300
2	100	300	450	900
3	250	500	500	500
4	1200	600	600	250
5	1300	1300	700	100

4. Модели лизинговых операций

4.1. Общие сведения о лизинге

Одной из важнейших задач развития предприятия является его техническое оснащение, которое влечет за собой постановку вопроса о том, за счет каких источников финансировать новые капиталовложения (операции по приобретению основных средств). Эти капиталовложения могут осуществляться за счет:

- собственных финансовых средств;
- привлечения банковского кредита;
- части собственных средств и банковского кредита;
- реализации механизма финансового лизинга;
- бюджетных средств (при реализации определенных проектов, в которых заинтересованы органы власти различных уровней).

При недостатке собственных средств и отсутствии на эти цели бюджетного финансирования руководство предприятия, как правило, стоит перед решением вопроса, что будет более выгодным: взять в лизинг основные средства или купить их за счет банковского кредита. Различные схемы банковского кредитования нами были рассмотрены ранее, теперь познакомимся со схемой финансового лизинга.

В общем случае ***лизинг*** представляет собой договор, согласно которому одна сторона – лизингодатель (собственник) – передает другой стороне – лизингополучателю (арендатору) – права на использование некоторого имущества (здания, сооружения, оборудование, транспорт и т. д.) в течение определенного срока и на оговоренных условиях.

Обычно такой договор предусматривает внесение лизингополучателем регулярной платы за используемое имущество. По окончании срока действия договора или в случае его досрочного прекращения имущество возвращается лизингодателю. Однако лизинговые контракты часто предусматривают право лизингополучателя на выкуп имущества по льготной или остаточной стоимости либо заключение нового соглашения об аренде.

В настоящее время в хозяйственной практике применяются различные формы лизинга, каждая из которых характеризуется своими специфическими особенностями. К основным разновидностям лизинга следует отнести:

– операционный (сервисный) лизинг;

– финансовый (капитальный) лизинг.

Другие формы лизинга (возвратный, прямой, долевой, револьверный, сублизинг и др.) являются разновидностями двух базовых форм лизинга – операционного либо финансового.

Операционный (сервисный) лизинг – это арендное соглашение, срок у которого, как правило, *меньше периода полной амортизации* арендуемого актива. Таким образом, предусмотренная контрактом арендная плата не покрывает полной стоимости актива, что вызывает необходимость сдавать его в лизинг несколько раз.

Операционный лизинг часто предусматривает оказание различных услуг по установке и техническому обслуживанию сдаваемого в аренду имущества, отсюда его второе, часто употребляемое название – сервисный лизинг. При этом стоимость оказываемых услуг включается в арендную плату либо оплачивается отдельно.

К основным объектам операционного лизинга относятся быстроустаревающие виды оборудования (компьютеры, копировальные машины, другие виды оргтехники и т. д.), а также различные транспортные средства (легковые и грузовые автомобили, воздушные лайнеры, морской транспорт).

Важнейшей отличительной чертой операционного лизинга является право арендатора на *досрочное прекращение контракта*. Такая возможность позволяет арендатору своевременно избавиться от морально устаревшего оборудования и заменить его более технологичным и конкурентоспособным. Кроме того, при возникновении неблагоприятных обстоятельств арендатор может быстро прекратить данный вид деятельности, досрочно возвратив соответствующее оборудование владельцу, и существенно сократить затраты, связанные с ликвидацией или реорганизацией производства.

Перечисленные особенности операционного лизинга обусловливают более высокую, чем при финансовом лизинге, арендную плату; наличие в контрактах пунктов о выплате неустоек в случае досрочного прекращения аренды; прочие условия, призванные снизить и частично компенсировать риск владельцев имущества.

Финансовый (капитальный) лизинг – это арендное соглашение, предусматривающее, как правило, *полную амортизацию* арендуемого актива.

К основным объектам финансового лизинга относятся недвижимость (земля, здания, сооружения), а также долгосрочные средства производства (технологические лини, станки, строительное оборудование и т. д.).

В отличие от операционного, финансовый лизинг не допускает возможности досрочного прекращения аренды, тем самым существенно снижая риск владельца имущества. При финансовом лизинге все расходы по установке и текущему обслуживанию имущества возлагаются, как правило, на арендатора. Часто подобные соглашения предусматривают право арендатора на выкуп имущества по истечении срока контракта по льготной или остаточной стоимости (такая стоимость может быть чисто символической, например 1 руб.).

Классическая схема финансового лизинга изображена на рис. 4.1.

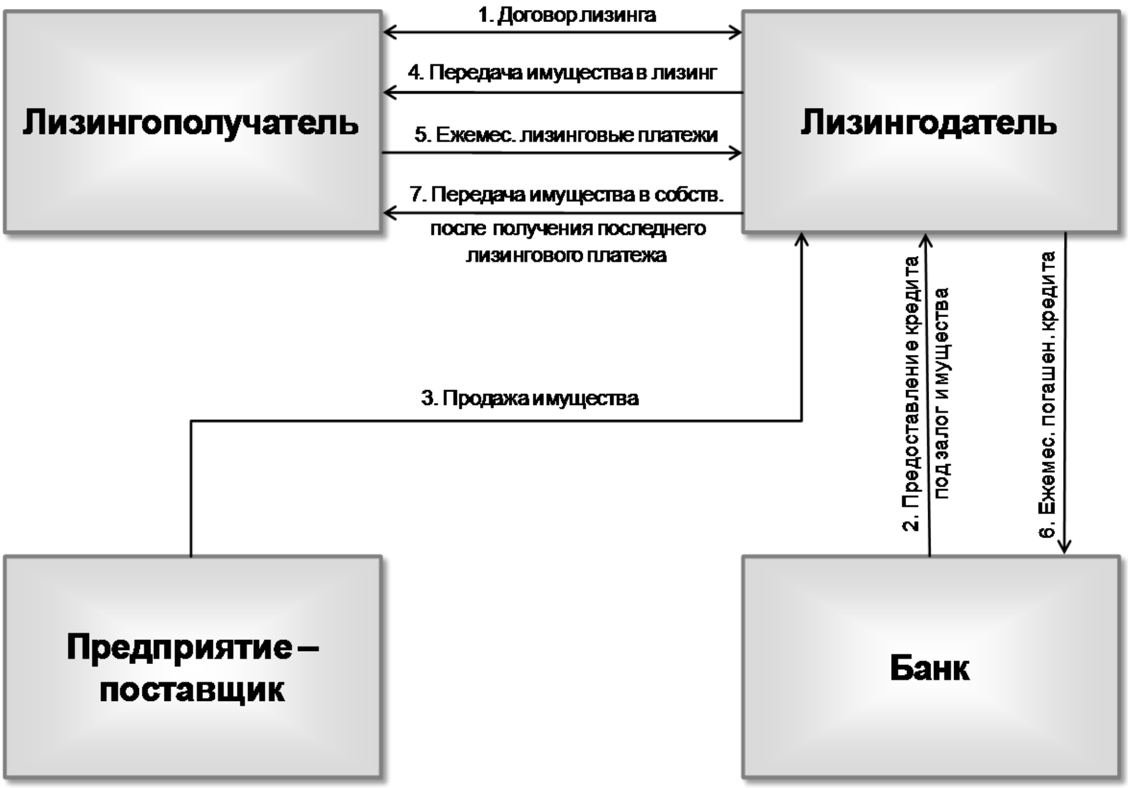

Рис. 4.1. Общая лизинговая схема

Пояснения к схеме:

1. Организация-лизингополучатель подбирает требующееся ей имущество и заключает с лизинговой компанией договор лизинга. Договор может предусматривать перечисление лизингодателю авансового платежа (обычно в размере 10–30 % от стоимости имущества).

2. Лизингодатель, в случае если у него не хватает собственных средств, получает кредит в банке под залог приобретаемого имущества.

3. Лизингодатель приобретает имущество у указанного лизингополучателем предприятия-поставщика.

4. Лизингодатель передает приобретенное имущество лизингополучателю, подписывается акт передачи имущества в лизинг (лизингополучатель может самостоятельно получить оборудование у поставщика по доверенности от лизингодателя).

5. Лизингополучатель производит ежемесячные лизинговые платежи лизингодателю.

6. Лизингодатель, в случае если сделка осуществлялась за счет банковского кредита, из суммы полученных лизинговых платежей осуществляет ежемесячное погашение банковского кредита.

7. По окончании договора лизинга после уплаты последнего лизингового платежа лизингодатель передает имущество в собственность лизингополучателя.

По своей сути финансовый лизинг во многом идентичен долгосрочному банковскому кредиту, так как предусматривает полное погашение стоимости оборудования (займа) и внесение периодической платы, включающей стоимость оборудования и доход владельца (выплаты по займу – основная и процентная части долга). Как показано ниже, схожесть условий долгосрочного кредитования и финансового лизинга лежит в основе процедур анализа эффективности лизинговых операций, который осуществляется обоими основными участниками лизинговой сделки – лизингополучателем и лизингодателем.

С точки зрения лизингополучателя, анализ эффективности лизинговых операций сводится к решению проблемы «приобрести актив за счет банковского кредита или использовать механизм финансового лизинга».

С точки зрения лизингодателя, ключевым пунктом в процессе анализа эффективности лизинговых операций является определение величины лизинговых платежей.

4.2. Методика расчета лизинговых платежей

Расчет лизинговых платежей является чрезвычайно важным этапом лизинговой сделки, поскольку в зависимости от его результата будет формироваться конечная стоимость лизинговых услуг. Расчет экономически обоснованного размера платежей обеспечивает лизингодателю определенный уровень доходности, а лизингополучателю – выгодность сделки и приемлемый в конкретных условиях уровень затрат.

Практически в каждом конкретном случае расчет лизинговых платежей требует взвешенного индивидуального подхода, учитывающего специфические факторы проводимой лизинговой сделки. Вместе с тем существует ряд общих установок, определяющих ключевые составляющие лизинговых платежей и методику их расчета. Такие установки нашли своё отражение в «Методических рекомендациях по расчету лизинговых платежей» (далее – Методические рекомендации), разработанных Министерством экономики Российской Федерации (утв. Минэкономики РФ от 16.04.1996).

В соответствии с Методическими рекомендациями в состав лизинговых платежей включаются:

1. Амортизация лизингового имущества за весь срок действия договора лизинга;
2. Плата за заемные финансовые ресурсы, привлекаемые лизингодателем для осуществления лизинговой сделки;
3. Комиссионное вознаграждение лизингодателю;
4. Плата за оказываемые лизингодателем дополнительные услуги лизингополучателю, предусмотренные в лизинговом договоре (например, консалтинговые, юридические, маркетинговые, технические и т. п.);
5. Стоимость выкупаемого имущества, если в договоре лизинга предусмотрен выкуп имущества по оговоренной стоимости.

Наряду с вышеперечисленными составляющими крайне важным в расчете лизинговых платежей является учет суммы налогов, выплачиваемых лизингодателем, а также платы за различные формы страхования (например, имущества, переданного в лизинг, возврата лизинговых платежей и т. д.), если они осуществлялись лизингодателем.

Расчет величины лизинговых платежей будем производить, исходя из следующих условий:

▪по окончании договора лизинга имущество передается лизингополучателю по условной оценке в 1 руб. (т. е. стоимость выкупаемого имущества в составе лизинговых платежей не учитывается);

▪передаваемое по договору лизинга имущество учитывается на балансе лизингодателя (т. е. сумма налога на имущество, наряду с налогом на добавленную стоимость, включается в состав лизинговых платежей);

▪лизингодатель и лизингополучатель используют линейный способ начисления амортизации для целей бухгалтерского учета и налогообложения (для предмета лизинга в налоговом учете используется специальный коэффициент, равный 3);

▪страховые платежи не учитываются;

▪лизинговые платежи вносятся ежемесячно, одинаковыми суммами (схема обыкновенного аннуитета).

Принимая во внимание рассмотренные составляющие лизинговых платежей, а также принятые допущения, формулу расчета общей суммы лизинговых платежей запишем в следующем виде:

$$ЛП = АО + КР + КВ + ДУ + НИ + НДС, \qquad (4.1)$$

где *ЛП* – общая сумма лизинговых платежей;

АО – величина амортизационных отчислений (в целях налогообложения);

КР – сумма процентов по кредиту, привлекаемому лизингодателем;

КВ – комиссионное вознаграждение лизингодателю;

ДУ – плата лизингодателю за дополнительные услуги, предусмотренные договором лизинга;

НИ – налог на имущество;

НДС – налог на добавленную стоимость.

Рассмотрим финансовую сущность и порядок расчета отдельных элементов, входящих в состав лизинговых платежей.

Амортизационные отчисления по лизинговому имуществу производит та сторона договора лизинга, на балансе которой находится это имущество (в рассматриваемой схеме финансового лизинга имущество учитывается на балансе лизингодателя).

При расчете лизинговых платежей следует различать способы начисления амортизации в бухгалтерском и налоговом учетах, хотя в рассматриваемой схеме финансового лизинга и в первом, и во втором случаях нами был принят линейный способ начисления амортизации. Ключевое отличие в способах начисления амортизации состоит в том, что налоговое законодательство в отношении предметов договора лизинга предусматривает льготный режим начисления амортизации. В частности, ст. 259.3 Налогового кодекса РФ (НК РФ) предусматривает право сторон лизингового договора применять механизм ускоренной амортизации с коэффициентом не выше 3, как при линейном, так и при нелинейном способе начисления амортизации. В бухгалтерском учете коэффициент ускорения может применяться только в том случае, если амортизация по лизинговому имуществу начисляется способом уменьшаемого остатка. Если же амортизация начисляется линейным способом, коэффициент ускорения применять нельзя (Письмо Минфина РФ от 03.03.2005 № 03-06-01-04/125).

Справедливости ради следует отметить, что налоговое законодательство также имеет ряд ограничений по применению льготного коэффициента ускорения амортизации. Так, льготный коэффициент не может применяться к основным средствам, относящимся к первой-третьей амортизационным группам (основные средства со сроком полезного использования от 1 года до 5 лет включительно).

Ежемесячные амортизационные отчисления (для целей налогообложения) в рассматриваемой схеме финансового лизинга рассчитываются по формуле:

$$AO^1 = \frac{СИ}{T^{ПИ}} \times 3, \tag{4.2}$$

где AO^1 – ежемесячные амортизационные отчисления;

$СИ$ – стоимость лизингового имущества (без НДС);

$T^{ПИ}$ – срок полезного использования имущества, мес.;

3 – коэффициента ускорения амортизационных отчислений.

Так как классическая схема финансового лизинга предполагает полную амортизацию лизингового имущества, то следует ожидать, что по окончании договора лизинга общая сумма амортизационных отчислений будет равна стоимости лизингового имущества, т. е.

$$AO = СИ. \tag{4.3}$$

Способ начисления амортизации в бухгалтерском учете влияет на величину налога на имущество, порядок расчета которого рассмотрен ниже.

В рассматриваемом примере ***сумма процентов по кредиту,*** привлекаемому лизингодателем для приобретения имущества, рассчитывается, исходя из схемы обыкновенного аннуитета, т. е. кредит погашается равными долями в конце каждого месяца (другой распространенной схемой является равномерная выплата основной части долга с уплатой процентов на остаток долга). Базовые формулы для схемы обыкновенного аннуитета и для схемы равномерной выплаты основной части долга с уплатой процентов на остаток долга были подробно рассмотрены выше.

При расчете лизинговых платежей и последующем сравнении эффективности лизинговых и кредитных операций важным является вопрос: под какую процентную ставку может привлечь кредитные ресурсы лизингодатель? Обычно принимается, что процентная ставка едина для всех участников сделки – лизингодателя и лизингополучателя. Однако на практике это может быть и даже, скорее всего, будет не так: многие лизинговые компании, в т. ч. крупные, созданы как дочерние по отношению к банкам структуры, соответственно ставка привлечения кредитных ресурсов для таких компаний может быть существенно ниже, чем рыночные ставки по кредитам, которые доступны простым компаниям-заемщикам.

Комиссионное вознаграждение лизингодателю рассчитывается на основании ставки доходности (лизинговой маржи), которую лизинговая компания требует к уплате в счет покрытия своих расходов и получения прибыли (обычно 3–7 %). Как правило, процент маржи начисляется на сумму остаточной стоимости переданного в лизинг актива на начало года (по данным налогового учета):

$$KB_i = OC_i^{НУ} \times ЛМ\,, \tag{4.4}$$

где $OC_i^{НУ}$ – остаточная стоимость актива на начало *i*-го года (по данным налогового учета);

ЛМ – лизинговая маржа (размер комиссионного вознаграждения), %.

Плата за дополнительные услуги рассчитывается в каждом конкретном случае в индивидуальном порядке и предусматривает покрытие расходов лизингодателя по оказанию лизингополучателю консалтинговых, юридических, маркетинговых, технических и других услуг.

Так как в рассматриваемой схеме актив учитывается на балансе лизингодателя, то в расчет лизинговых платежей также включается ***налог на имущество***, который должна уплатить лизинговая компания.

При расчете налога на имущество во внимание принимается остаточная стоимость имущества, рассчитанная по данным бухгалтерского (а не налогового) учета. Данное положение опирается на ст. 375 НК РФ, где указано, что при определении налоговой базы имущество, признаваемое объектом налогообложения, учитывается по его остаточной стоимости, сформированной в соответствии с установленным порядком ведения бухгалтерского учета, утвержденным в учетной политике организации. Таким образом, на величину налога на имущество влияет способ начисления амортизации, принятый в бухгалтерском учете, а данный способ отличается от ускоренного способа начисления амортизации для целей налогообложения, который был рассмотрен выше.

Налог на имущество уплачивается лизингодателем ежегодно и определяется по формуле:

$$НИ_i = \frac{ОС^{БУ}_{нг_i} - ОС^{БУ}_{кг_i}}{2} \times rНИ, \tag{4.5}$$

где $ОС^{БУ}_{нг_i}$ – остаточная стоимость актива на начало i-го года (по данным бухгалтерского учета);

$ОС^{БУ}_{кг_i}$ – остаточная стоимость актива на конец i-го года (по данным бухгалтерского учета);

rНИ – ставка налога на имущество, % (в соответствии со ст. 380 НК РФ налоговые ставки устанавливаются законами субъектов РФ и не могут превышать 2,2 %).

Лизингодатель, применяющий общую систему налогообложения, на основную сумму лизинговых платежей начисляет ***НДС***, который уплачивается лизингополучателем ежемесячно вместе с основной суммой платежа. В то же время лизингополучатель, применяющий общую систему налогообложения, имеет возможность принять к вычету сумму уплаченного НДС и, таким образом, уменьшить общую сумму НДС к уплате в бюджет. С точки зрения денежного потока лизингополучателя НДС по лизинговым платежам оказывает нулевое воздействие на суммарный денежный поток по лизинговой схеме (что уплачиваем лизинговой компании – отток денег, то и принимаем к вычету – приток экономии по налогу).

Общая сумма НДС определяется по формуле:

$$НДС = ЛП^{\overline{НДС}} \times rНДС\,, \tag{4.6}$$

где $ЛП^{\overline{НДС}}$ – общая сумма лизинговых платежей без НДС ($ЛП^{\overline{НДС}} = АО + КР + КВ + ДУ + НИ$);

$rНДС$ – ставка налога на добавленную стоимость, % (в настоящее время 18 %).

На заключительном этапе рассчитывается величина ежемесячного лизингового платежа:

$$ЛП^1 = \frac{ЛП - АВ}{T}, \tag{4.7}$$

где $ЛП^1$ – ежемесячный лизинговый платеж лизингополучателя;

$АВ$ – авансовый платеж лизингополучателя;

T – срок лизингового договора, мес.

Следует отметить, что для лизингополучателя выгоднее «оставить» лизинговое имущество на балансе лизингодателя до окончания финансовой сделки и вызвано это следующими причинами.

1) Экономия налога на имущество (в случае учета на своем балансе оприходовать имущество нужно по первоначальной стоимости. Эта стоимость будет состоять из общей суммы лизинговых платежей, включая, таким образом, дополнительные расходы лизингодателя).

Преимущества для лизинговой фирмы:

1) Лизинговая компания может перевести имущество на счет 03 «Доходные вложения в материальные ценности». Следовательно, налогом на имущество его облагать не надо (письмо Минфина России от 31 августа 2004 г. № 03-06-01-04/16).

2) Избежание трудоемкости расчетов.

Во-первых, в случае учета объекта на собственном балансе лизингополучатель сталкивается с необходимостью определения как налоговой, так и бухгалтерской амортизации. Во-вторых, возникнет необходимость учета отложенных налоговых активов и обязательств, связанных с тем, что в налоговом учете возникают две статьи расходов:

- лизинговый платеж за минусом амортизации;

- сама сумма амортизации,

а в бухгалтерском учете на счета затрат относится только амортизация.

В случае, если оборудование стоит на балансе лизинговой фирмы, никаких разниц возникать не будет: как для налогового, так и для бухгалтерского учета расходом является лизинговый платеж. Соответственно списывать придется равные суммы.

3) Более оптимальная структура баланса, сохранение значений показателей финансовой устойчивости и структуры баланса.

Однако есть и недостаток, касающийся порядка учета НДС. В случае учета объекта лизинга на балансе лизингодателя лизингополучатель сможет принять НДС к вычету только в момент оприходования имущества, а если у себя на балансе – частями, с каждым лизинговым платежом.

Рассмотрим порядок определения лизингового платежа с помощью MS Excel.

Пример 4.1

В лизинговую компанию обратилась фирма, нуждающаяся в специальном оборудовании. Стоимость оборудования (включая НДС) – 200000 у. е. Нормативный срок службы оборудования – 6 лет. Фирма располагает свободными собственными средствами в размере 20000 у.е.

Рассчитайте величину ежемесячных лизинговых платежей и составьте график уплаты лизинговых взносов, исходя из следующих условий:

- лизинговые платежи вносятся ежемесячно, одинаковыми суммами;
- способ начисления амортизации в бухгалтерском и налоговом учете – линейный (для целей налогообложения используется специальный коэффициент, равный 3);
- срок лизинга – 24 мес. (соответствует сроку полной амортизации предмета лизинга при использовании для целей налогообложения линейного способа начисления амортизации с коэффициентом ускорения 3, т. е. 6 × 12 / 3 = 24);
- условия привлечения кредитных ресурсов: срок кредита – 24 мес.; процентная ставка по кредиту – 15 % годовых, начисляе-

мых ежемесячно; кредит погашается равными долями в конце каждого месяца (схема обыкновенного аннуитета);

- размер комиссионного вознаграждения (лизинговая маржа) – 3 % годовых от остаточной стоимости актива на начало года (по данным налогового учета);
- дополнительные услуги лизингодателя – 5000 у.е. (консультации, командировочные расходы, доставка оборудования и др.);
- оборудование учитывается на балансе лизингодателя;
- ставка налога на имущество – 2 %.

Для решения задачи разработаем компьютерную модель расчета лизинговых платежей в среде табличного процессора MS Excel. Модель разработана на трех рабочих листах:

- лист «Лизинговый платеж» предназначен для расчета величины ежемесячного лизингового платежа (рис. 4.2);
- лист «Кредит лизингодателя» является вспомогательным и предназначен для расчета суммы процентов по кредиту, привлекаемому лизингодателем для приобретения оборудования (рис. 4.3);
- лист «План лизинга» предназначен для составления графика уплаты лизинговых взносов (рис. 4.4).

Исходные данные

Данные по оборудованию

Стоимость (включая НДС), у.е.	200000,00
Срок полезного использования, мес.	72

Финансовые средства лизингополучателя

Собственные средства, у.е.	20000,00
Недостающие средства, у.е.	180000,00

Условия лизинга

Срок, мес.	24
Коэф-т ускорения амортизационных отчислений	3

Лизинговая маржа	3 %

Расчет лизинговых платежей

Стоимость актива (без НДС), у.е.	169491,53		
Сумма ежемесячного амортизационного отчисления, у.е.	7062,15		
Сумма процентов по кредиту, у.е.	29462,32		
Комиссионное вознаграждение, у.е.:			
1-й год	5084,75		
2-й год	2542,37		
Итого	7627,12		
Балансовая стоимость, у.е.:	начало года	конец года	среднее
1-й год	169491,53	141242,94	155367,23
2-й год	141242,94	112994,35	127118,64
Налог на имущество, у.е.:			
1-й год	3107,34		
2-й год	2542,37		
Итого	5649,72		
Доп. услуги, у.е.	5000,00		
Общая сумма лизинговых платежей (без НДС), у.е.	217230,68		
Сумма НДС, у.е.	39101,52		
Общая сумма лизинговых платежей (с НДС), у.е.	256332,20		
Аванс, у.е.	20000,00		
Ежемесячный лизинговый платеж, у.е.	9847,18		

Рис. 4.2. Определение величины лизингового платежа (пример 4.1)

PV	***r***	***n***	***m***	***CF***	***FV***
-180000,00	15 %	2	12	8 727,60	0,00

№ периода (мес.)	***CF*** (основ.)	***CF*** (проц.)	***CF***
1	6 477,60	2 250,00	8 727,60
2	6 558,57	2 169,03	8 727,60
3	6 640,55	2 087,05	8 727,60
4	6 723,56	2 004,04	8 727,60
5	6 807,60	1 920,00	8 727,60
6	6 892,69	1 834,90	8 727,60
7	6 978,85	1 748,74	8 727,60
8	7 066,09	1 661,51	8 727,60
9	7 154,42	1 573,18	8 727,60
10	7 243,85	1 483,75	8 727,60
11	7 334,39	1 393,20	8 727,60
12	7 426,07	1 301,52	8 727,60
13	7 518,90	1 208,70	8 727,60
14	7 612,89	1 114,71	8 727,60
15	7 708,05	1 019,55	8 727,60
16	7 804,40	923,20	8 727,60
17	7 901,95	825,64	8 727,60
18	8 000,73	726,87	8 727,60
19	8 100,74	626,86	8 727,60
20	8 202,00	525,60	8 727,60
21	8 304,52	423,08	8 727,60
22	8 408,33	319,27	8 727,60
23	8 513,43	214,17	8 727,60
24	8 619,85	107,75	8 727,60
Итог	180 000,00	29 462,32	209 462,32

Рис. 4.3. Определение платежа по кредиту (пример 4.1)

№ пер. (мес.)	*Лизинговый платеж*
1	9847,18
2	9847,18
3	9847,18
4	9847,18
5	9847,18
6	9847,18
7	9847,18
8	9847,18
9	9847,18
10	9847,18
11	9847,18
12	9847,18
13	9847,18
14	9847,18
15	9847,18
16	9847,18
17	9847,18
18	9847,18
19	9847,18
20	9847,18
21	9847,18
22	9847,18
23	9847,18
24	9847,18
Итог	236332,20

Рис. 4.4. Определение лизинговых платежей
за период сделки (пример 4.1)

Рассчитанный ежемесячный лизинговый платеж составляет 9847,18 у.е. (в т. ч. НДС 1502,11 у.е.).

4.3. Модель сравнения лизинга и кредита

Рассмотренные выше методика и компьютерная модель расчета лизинговых платежей детализируют расчеты лизингодателя, которые на практике, как правило, не раскрываются и являются скрытыми для лизингополучателя. Открытой информацией для лизингополучателя является график (план) уплаты лизинговых взносов, который должен быть сравнен с графиком (планом) погашения кредита. На основе проведенного сравнения может быть получен ответ на вопрос: «Что выгоднее: лизинг или кредит?».

Прежде чем переходить к количественному сравнению экономической эффективности лизинга и кредита, необходимо отметить, что лизинг имеет ряд организационных преимуществ перед кредитом, что может в ряде случаев оказаться решающим фактором при выборе источника финансирования, даже если кредит будет иметь некоторое экономическое преимущество перед лизингом. К организационным преимуществам лизинга можно отнести:

1. Большую доступность лизинга для клиентов.

Лизинговые компании предъявляют гораздо менее жесткие требования к клиентам и не требуют дополнительных залогов. Для многих фирм лизинг – это единственная возможность приобрести новое имущество.

2. Более долгий срок договора лизинга.

Возможный срок договора кредитования составляет, как правило, от 6 до 36 месяцев. Срок договора лизинга может доходить до 60 месяцев и более.

3. Гибкие платежные условия.

Лизинг предоставляет сторонам возможность выработать удобную схему платежей. Эта схема может учитывать сезонность бизнеса клиента, предполагать неравномерные выплаты.

4. Сохранение стабильных показателей финансовой устойчивости предприятия.

В отличие от кредитных операций, лизинговые операции в большинстве случаев не отражаются в балансовых отчетах лизингополучателя, так как с юридической точки зрения собственником активов остается лизинговая компания, которая начисляет амортизацию и платит налоги на имущество.

Наряду с организационными преимуществами, в ряде случаев лизинг может быть эффективнее кредита и с экономической точки зрения, что на первый взгляд может быть далеко не явным. Рассмотрим следующий пример.

Пример 4.2

Фирма, обратившаяся в лизинговую компанию для приобретения оборудования (см. пример 4.1), рассматривает альтернативный источник финансирования – банковский кредит.

Условия предоставления кредита:

- срок кредита – 24 мес.;
- процентная ставка по кредиту – 15 % годовых, начисляемых ежемесячно;
- кредит погашается равными долями в конце каждого месяца (схема обыкновенного аннуитета).

Определите, какая схема привлечения источника финансирования является для фирмы более выгодной: лизинг или кредит.

Для решения задачи разработаем компьютерную модель погашения кредита по схеме обыкновенного аннуитета (лист «План кредита», на начальном этапе этот лист аналогичен листу «Кредит лизингодателя», см. рис. 4.3). Проведенные расчеты показывают, что общая сумма выплат по кредиту (209462,32 у.е., см. рис. 4.3) меньше общей суммы выплат по лизинговым платежам (236332,20 у.е., см. рис. 4.4). Однако такое сравнение лизинга и кредита будет некорректным, поскольку не учитывает оптимизацию налогов. Именно сокращение налоговых платежей делает лизинг в ряде случаев более эффективным по сравнению с кредитом и с экономической точки зрения.

Для корректного решения примера 4.2 разработаем модель сравнения лизинга и кредита. При разработке модели необходимо учитывать следующие положения.

1. При покупке оборудования в кредит и при его приобретении в лизинг фирма имеет возможность возместить НДС, уплаченный при кредите в составе стоимости оборудования, а при лизинге – в составе лизинговых платежей. При этом следует обратить внимание, что при покупке оборудования в кредит лизингополучатель уплачивает НДС сразу в полном объеме, в то время как при лизинге выплаты НДС осуществляются в течение договора лизинга с каждым лизинговым платежом.

2. При покупке оборудования в кредит фирма ежегодно платит налог на имущество. При приобретении оборудования в лизинг налог на имущество включен в состав лизинговых платежей.

3. При покупке оборудования в кредит и при его приобретении в лизинг возникает экономия по налогу на прибыль:

а) при покупке оборудования в кредит возникает экономия по налогу на прибыль, образованная тремя налоговыми щитами: проценты по кредиту, амортизационные отчисления, налог на имущество. Ежемесячная экономия налога на прибыль при кредите рассчитывается по формуле:

$$ЭП_{Кр}^{1} = (АО^{1} + КР^{1} + НИ_{i}) \times rНП, \tag{4.8}$$

где *rНП* – ставка налога на прибыль, % (в настоящее время 20 %).

б) лизинговые платежи (без НДС) в полном объеме уменьшают налогооблагаемую базу по налогу на прибыль. Ежемесячная экономия налога на прибыль при лизинге рассчитывается по формуле:

$$ЭП_{Л}^{1} = ЛП^{\overline{НДС}^{1}} \times rНП. \tag{4.9}$$

4. Рассмотренные выше выплаты и поступления по-разному распределены во времени, поэтому для корректного сравнения суммарных затрат необходимо учитывать фактор времени. Следовательно, при сравнении лизинга и кредита необходимо сопоставлять дисконтированные потоки платежей, т. е. приведенные к начальному моменту времени. Более выгодной является финансовая схема, обеспечивающая меньшую современную стоимость денежного потока *PV*, возникающего в процессе его проведения, т. е. работает следующее правило:

если $PV_{кредит} < PV_{лизинг}$ – покупка в кредит,

иначе – приобретение в лизинг.

Предлагаемая модель сравнения лизинга и кредита представляет собой надстройку на платформе из построенных ранее моделей (см. п. 4.2), в которой учтены все выше рассмотренные положения, обеспечивающие корректное сравнение схем лизинга и кредита. В частности, в построенные ранее модели внесены следующие изменения:

- на лист «План лизинга» добавлены формулы по расчету НДС и экономии по налогу на прибыль в случае лизинговой схемы финансирования (рис. 4.5);

▪на лист «План кредита» добавлены формулы по расчету амортизационных отчислений, налога на имущества и экономии по налогу на прибыль в случае кредитной схемы финансирования (рис. 4.6);

▪добавлен новый лист «Сравнение схем» (рис. 4.7), на котором с учетом дисконтирования потоков платежей проводится сравнение схем лизинга и кредита (ежемесячная ставка дисконтирования принята в размере половины ежемесячной процентной ставки по кредиту, т. е. 15 / 12 / 2 = 0,625 (%)).

№ пер. (мес.)	*Лизинговый платеж*	*В т. ч. НДС (к возмещению)*	*Экономия по налогу на прибыль*
1	9847,18	1502,11	1669,01
2	9847,18	1502,11	1669,01
3	9847,18	1502,11	1669,01
4	9847,18	1502,11	1669,01
5	9847,18	1502,11	1669,01
6	9847,18	1502,11	1669,01
7	9847,18	1502,11	1669,01
8	9847,18	1502,11	1669,01
9	9847,18	1502,11	1669,01
10	9847,18	1502,11	1669,01
11	9847,18	1502,11	1669,01
12	9847,18	1502,11	1669,01
13	9847,18	1502,11	1669,01
14	9847,18	1502,11	1669,01
15	9847,18	1502,11	1669,01
16	9847,18	1502,11	1669,01
17	9847,18	1502,11	1669,01
18	9847,18	1502,11	1669,01
19	9847,18	1502,11	1669,01
20	9847,18	1502,11	1669,01
21	9847,18	1502,11	1669,01
22	9847,18	1502,11	1669,01
23	9847,18	1502,11	1669,01
24	9847,18	1502,11	1669,01
Итог	236332,20	36050,68	40056,31

Рис. 4.5. Определение суммы экономии по налогу на прибыль при реализации лизинговой схемы (пример 4.2)

PV	***r***	***n***	***m***	***CF***	***FV***
-180000,00	15 %	2	12	8 727,60	0,00

№ периода (мес.)	***CF*** (основ.)	***CF*** (проц.)	***CF***	**Амор-тизаци-онные отчис-ления**	**Налог на имуще-ство**	**Экономия по налогу на прибыль**
1	6 477,60	2 250,00	8 727,60	2 354,05		920,81
2	6 558,57	2 169,03	8 727,60	2 354,05		904,62
3	6 640,55	2 087,05	8 727,60	2 354,05		888,22
4	6 723,56	2 004,04	8 727,60	2 354,05		871,62
5	6 807,60	1 920,00	8 727,60	2 354,05		854,81
6	6 892,69	1 834,90	8 727,60	2 354,05		837,79
7	6 978,85	1 748,74	8 727,60	2 354,05		820,56
8	7 066,09	1 661,51	8 727,60	2 354,05		803,11
9	7 154,42	1 573,18	8 727,60	2 354,05		785,45
10	7 243,85	1 483,75	8 727,60	2 354,05		767,56
11	7 334,39	1 393,20	8 727,60	2 354,05		749,45
12	7 426,07	1 301,52	8 727,60	2 354,05	3 107,34	1 352,58
13	7 518,90	1 208,70	8 727,60	2 354,05		712,55
14	7 612,89	1 114,71	8 727,60	2 354,05		693,75
15	7 708,05	1 019,55	8 727,60	2 354,05		674,72
16	7 804,40	923,20	8 727,60	2 354,05		655,45
17	7 901,95	825,64	8 727,60	2 354,05		635,94
18	8 000,73	726,87	8 727,60	2 354,05		616,18
19	8 100,74	626,86	8 727,60	2 354,05		596,18
20	8 202,00	525,60	8 727,60	2 354,05		575,93
21	8 304,52	423,08	8 727,60	2 354,05		555,43
22	8 408,33	319,27	8 727,60	2 354,05		534,66
23	8 513,43	214,17	8 727,60	2 354,05		513,64
24	8 619,85	107,75	8 727,60	2 354,05	2 542,37	1 000,83
Итог	180 000,00	29 462,32	209 462,32	56 497,18	5 649,72	18 321,84

Рис. 4.6. Определение суммы экономии по налогу на прибыль
при реализации кредитной схемы (пример 4.2)

Сравнение схем привлечения источников финансирования

Показатели	*Покупка в кредит*	*Покупка в лизинг*
Ежемес. ставка дисконт.	0,625 %	
Собственные средства (аванс), у.е.	20 000,00	20 000,00
Сумма выплат, у.е.	193 948,35	218 828,10
Налог на имущество, у.е.	5072,75	
НДС к возмещению, у.е.	30508,47	33380,57
Экономия по налогу на прибыль, у.е.	17056,42	37089,53
Фактические затраты, у.е.	171456,20	168358,10

Рис. 4.7. Сравнение схем привлечения источников финансирования (пример 4.2)

Проведенные расчеты показывают: несмотря на то что сумма выплат по лизинговой схеме превышает затраты при покупке оборудования в кредит, фактические (приведенные) затраты по кредиту превышают аналогичные затраты по лизингу. Следовательно, схема приобретения имущества в лизинг является для фирмы более привлекательной.

Таким образом, зачастую выбрать наиболее выгодный вариант финансирования без дополнительных аналитических раскладок не представляется возможным.

Задачи

1) В лизинговую компанию обратилась фирма, нуждающаяся в специальном оборудовании. Стоимость оборудования (включая НДС) – 400000 у. е. Нормативный срок службы оборудования – 9 лет. Фирма располагает свободными собственными средствами в размере 50000 у.е.

Рассчитайте величину ежемесячных лизинговых платежей и составьте график уплаты лизинговых взносов, исходя из следующих условий:

- лизинговые платежи вносятся ежемесячно, одинаковыми суммами;
- способ начисления амортизации в бухгалтерском и налоговом учете – линейный (для целей налогообложения используется специальный коэффициент, равный 3);

- срок лизинга – 36 мес. (соответствует сроку полной амортизации предмета лизинга при использовании для целей налогообложения линейного способа начисления амортизации с коэффициентом ускорения 3, т. е. $9 \times 12 / 3 = 36$);
- условия привлечения кредитных ресурсов: срок кредита – 36 мес.; процентная ставка по кредиту – 12 % годовых, начисляемых ежемесячно; кредит погашается равными долями в конце каждого месяца (схема обыкновенного аннуитета);
- размер комиссионного вознаграждения (лизинговая маржа) – 5 % годовых от остаточной стоимости актива на начало года (по данным налогового учета);
- дополнительные услуги лизингодателя – 15000 у.е. (консультации, командировочные расходы, доставка оборудования и др.);
- оборудование учитывается на балансе лизингодателя;
- ставка налога на имущество – 2 %.

Приложения

Приложение 1

Мультиплицирующий множитель (коэффициент наращения) для единичного платежа $\boldsymbol{FM1\ (r,n) = (1+r)^n}$

n/r	2 %	4 %	6 %	8 %	10 %	12 %	14 %	16 %	18 %	20 %
1	1,020	1,040	1,060	1,080	1,100	1,120	1,140	1,160	1,180	1,200
2	1,040	1,082	1,065	1,166	1,210	1,254	1,300	1,346	1,392	1,440
3	1,061	1,125	1,068	1,260	1,331	1,405	1,482	1,561	1,643	1,728
4	1,082	1,170	1,071	1,360	1,464	1,574	1,689	1,811	1,939	2,074
5	1,104	1,217	1,073	1,469	1,611	1,762	1,925	2,100	2,288	2,488
6	1,126	1,265	1,077	1,587	1,772	1,974	2,195	2,436	2,700	2,986
7	1,149	1,316	1,080	1,714	1,949	2,211	2,502	2,826	3,185	3,583
8	1,172	1,369	1,083	1,851	2,144	2,476	2,853	3,278	3,759	4,300
9	1,195	1,423	1,086	1,999	2,358	2,773	3,252	3,803	4,435	5,160
10	1,219	1,480	1,090	2,159	2,594	3,106	3,707	4,411	5,234	6,192
11	1,243	1,539	1,094	2,332	2,853	3,479	4,226	5,117	6,176	7,430
12	1,268	1,601	1,098	2,518	3,138	3,896	4,818	5,936	7,288	8,916
13	1,294	1,665	1,102	2,720	3,452	4,363	5,492	6,886	8,599	10,699
14	1,319	1,732	1,106	2,937	3,797	4,887	6,261	7,988	10,147	12,839
15	1,346	1,801	1,111	3,172	4,177	5,474	7,138	9,266	11,974	15,407
16	1,373	1,873	1,115	3,426	4,595	6,130	8,137	10,748	14,129	18,488
17	1,400	1,948	1,120	3,700	5,054	6,866	9,276	12,468	16,672	22,186
18	1,428	2,026	1,125	3,996	5,560	7,690	10,575	14,463	19,673	26,623
19	1,457	2,107	1,131	4,316	6,116	8,613	12,056	16,777	23,214	31,948
20	1,486	2,191	1,136	4,661	6,727	9,646	13,743	19,461	27,393	38,338

Приложение 2

Дисконтирующий множитель (коэффициент приведения) для единичного платежа ***FM2*** **(*r,n*) =** $\frac{1}{(1+r)^n}$

n/r	2 %	4 %	6 %	8 %	10 %	12 %	14 %	16 %	18 %	20 %
1	0,980	0,962	0,943	0,926	0,909	0,893	0,877	0,862	0,847	0,833
2	0,961	0,925	0,890	0,857	0,826	0,797	0,769	0,743	0,718	0,694
3	0,942	0,889	0,840	0,794	0,751	0,712	0,675	0,641	0,609	0,579
4	0,924	0,855	0,792	0,735	0,683	0,636	0,592	0,552	0,516	0,482
5	0,906	0,822	0,747	0,681	0,621	0,567	0,519	0,476	0,437	0,402
6	0,888	0,790	0,705	0,630	0,564	0,507	0,456	0,410	0,370	0,335
7	0,871	0,760	0,665	0,583	0,513	0,452	0,400	0,354	0,314	0,279
8	0,853	0,731	0,627	0,540	0,467	0,404	0,351	0,305	0,266	0,233
9	0,837	0,703	0,592	0,500	0,424	0,361	0,308	0,263	0,225	0,194
10	0,820	0,676	0,558	0,463	0,386	0,322	0,270	0,227	0,191	0,162
11	0,804	0,650	0,527	0,429	0,350	0,287	0,237	0,195	0,162	0,135
12	0,788	0,625	0,497	0,397	0,319	0,257	0,208	0,168	0,137	0,112
13	0,773	0,601	0,469	0,368	0,290	0,229	0,182	0,145	0,116	0,093
14	0,758	0,577	0,442	0,340	0,263	0,205	0,160	0,125	0,099	0,078
15	0,743	0,555	0,417	0,315	0,239	0,183	0,140	0,108	0,084	0,065
16	0,728	0,534	0,394	0,292	0,218	0,163	0,123	0,093	0,071	0,054
17	0,714	0,513	0,371	0,270	0,198	0,146	0,108	0,080	0,060	0,045
18	0,700	0,494	0,350	0,250	0,180	0,130	0,095	0,069	0,051	0,038
19	0,686	0,475	0,331	0,232	0,164	0,116	0,083	0,060	0,043	0,031
20	0,673	0,456	0,312	0,215	0,149	0,104	0,073	0,051	0,037	0,026

Приложение 3

Мультиплицирующий множитель (коэффициент наращения) для аннуитета ***FM3*** **(*r*,*n*) =** $\frac{(1+r)^n-1}{r}$

n/r	2 %	4 %	6 %	8 %	10 %	12 %	14 %	16 %	18 %	20 %
1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	2,020	2,040	2,060	2,080	2,100	2,120	2,140	2,160	2,180	2,200
3	3,060	3,122	3,184	3,246	3,310	3,374	3,440	3,506	3,572	3,640
4	4,122	4,246	4,375	4,506	4,641	4,779	4,921	5,066	5,215	5,368
5	5,204	5,416	5,637	5,867	6,105	6,353	6,610	6,877	7,154	7,442
6	6,308	6,633	6,975	7,336	7,716	8,115	8,536	8,977	9,442	9,930
7	7,434	7,898	8,394	8,923	9,487	10,089	10,730	11,414	12,142	12,916
8	8,583	9,214	9,897	10,637	11,436	12,300	13,233	14,240	15,327	16,499
9	9,755	10,583	11,491	12,488	13,579	14,776	16,085	17,519	19,086	20,799
10	10,950	12,006	13,181	14,487	15,937	17,549	19,337	21,321	23,521	25,959
11	12,169	13,486	14,972	16,645	18,531	20,655	23,045	25,733	28,755	32,150
12	13,412	15,026	16,870	18,977	21,384	24,133	27,271	30,850	34,931	39,581
13	14,680	16,627	18,882	21,495	24,523	28,029	32,089	36,786	42,219	48,497
14	15,974	18,292	21,015	24,215	27,975	32,393	37,581	43,672	50,818	59,196
15	17,293	20,024	23,276	27,152	31,772	37,280	43,842	51,660	60,965	72,035
16	18,639	21,825	25,673	30,324	35,950	42,753	50,980	60,925	72,939	87,442
17	20,012	23,698	28,213	33,750	40,545	48,884	59,118	71,673	87,068	105,931
18	21,412	25,645	30,906	37,450	45,599	55,750	68,394	84,141	103,740	128,117
19	22,841	27,671	33,760	41,446	51,159	63,440	78,969	98,603	123,414	154,740
20	24,297	29,778	36,786	45,762	57,275	72,052	91,025	115,380	146,628	186,688

Приложение 4

Дисконтирующий множитель (коэффициент приведения) для аннуитета ***FM3*** **(*r*,*n*) =** $\dfrac{(1+r)^n-1}{r\cdot(1+r)^n}$

n/r	2 %	4 %	6 %	8 %	10 %	12 %	14 %	16 %	18 %	20 %
1	0,980	0,962	0,943	0,926	0,909	0,893	0,877	0,862	0,847	0,833
2	1,942	1,886	1,833	1,783	1,736	1,690	1,647	1,605	1,566	1,528
3	2,884	2,775	2,673	2,577	2,487	2,402	2,322	2,246	2,174	2,106
4	3,808	3,630	3,465	3,312	3,170	3,037	2,914	2,798	2,690	2,589
5	4,713	4,452	4,212	3,993	3,791	3,605	3,433	3,274	3,127	2,991
6	5,601	5,242	4,917	4,623	4,355	4,111	3,889	3,685	3,498	3,326
7	6,472	6,002	5,582	5,206	4,868	4,564	4,288	4,039	3,812	3,605
8	7,325	6,733	6,210	5,747	5,335	4,968	4,639	4,344	4,078	3,837
9	8,162	7,435	6,802	6,247	5,759	5,328	4,946	4,607	4,303	4,031
10	8,983	8,111	7,360	6,710	6,145	5,650	5,216	4,833	4,494	4,192
11	9,787	8,760	7,887	7,139	6,495	5,938	5,453	5,029	4,656	4,327
12	10,575	9,385	8,384	7,536	6,814	6,194	5,660	5,197	4,793	4,439
13	11,348	9,986	8,853	7,904	7,103	6,424	5,842	5,342	4,910	4,533
14	12,106	10,563	9,295	8,244	7,367	6,628	6,002	5,468	5,008	4,611
15	12,849	11,118	9,712	8,559	7,606	6,811	6,142	5,575	5,092	4,675
16	13,578	11,652	10,106	8,851	7,824	6,974	6,265	5,668	5,162	4,730
17	14,292	12,166	10,477	9,122	8,022	7,120	6,373	5,749	5,222	4,775
18	14,992	12,659	10,828	9,372	8,201	7,250	6,467	5,818	5,273	4,812
19	15,678	13,134	11,158	9,604	8,365	7,366	6,550	5,877	5,316	4,843
20	16,351	13,590	11,470	9,818	8,514	7,469	6,623	5,929	5,353	4,870

Список использованной литературы

1. Бакусова, С. М. Финансовая математика: учеб. пособие / С. М. Бакусова. – Уфа: Уфимск. гос. акад. экономики и сервиса, 2009.

2. Беннинга, Ш. Финансовое моделирование с использованием Excel / Ш. Бенинга. – 2-е изд. – М.: Вильямс, 2007. – 592 с.

3. Бригхем, Ю. Финансовый менеджмент: Полный курс: в 2 т. / Ю . Бригхем, Л. Гапенски; пер с англ. под ред. В. В. Ковалева. – СПб.: Экономическая школа, 1997. Т. 2. – 669 с.

4. Бочаров, П. П. Финансовая математика: учебник / П. П. Бочаров, Ю. Ф. Касимов. – 2-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 576 с.

5. Кирлица, В. П. Финансовая математика: руководство к решению задач / В. П. Кирлица. – Мн.: ТетраСистемс, 2005. – 192 с.

6. Ковалев, В. В. Курс финансового менеджмента: учебник / В. В. Ковалев. – М: ТК Велби, Проспект, 2008 г.

7. Ковалев, В. В. Финансовый анализ: Управление капиталом. Выбор инвестиций. Анализ отчетности / В. В. Ковалев. – М.: Финансы и статистика, 2000.

8. Лукасевич, И. Я. Анализ финансовых операций. Методы, модели, техника вычислений: учеб. пособие для вузов / И. Я. Лукасевич. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 400 с.

9. Малыхин, В. И. Финансовая математика: учеб. пособие для вузов / В. И. Малыхин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 237 с.

10. Никитская, Е. Ф. Анализ денежных потоков: метод. указания / Е. Ф. Никитская. – Ярославль: ЯрГУ, 2008. – 49 с.

11. Четыркин, Е. М. Финансовая математика: учебник / Е. М. Четыркин. – 4-е изд. – М.: Дело, 2004. – 400 с.

12. Экономическая информатика / под ред. П. В. Конюховского, Д. Н. Колесова. – СПб.: Питер, 2001.

Оглавление

Учебное издание

Трофимец Валерий Ярославович
Коновалова Алина Валерьевна

ОСНОВЫ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Учебное пособие

Редактор, корректор М. В. Никулина
Правка, верстка М. В. Никулина

Подписано в печать 01.07.2013. Формат $60\times84^{1}/_{16}$.
Усл. печ. л. 6,74. Уч.-изд. л. 5,0.
Тираж 100 экз. Заказ .

Оригинал-макет подготовлен
в редакционно-издательском отделе ЯрГУ.

Ярославский государственный университет
им. П. Г. Демидова.
150000, Ярославль, ул. Советская, 14.