

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
Кафедра инфокоммуникаций и радиофизики

М. А. Дубов
В. А. Волохов

**АНАЛОГО-ЦИФРОВОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ
СИГНАЛОВ**

Практикум

Ярославль
ЯрГУ
2017

УДК 621.391.(076.5)
ББК 3811.3я73
Д79

*Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2017 года*

Рецензент
кафедра инфокоммуникаций и радиофизики ЯрГУ

Дубов, Михаил Андреевич.
Д79 Аналого-цифровое преобразование сигналов : практи-
кум / М. А. Дубов, В. А. Волохов ; Яросл. гос. ун-т
им. П. Г. Демидова. — Ярославль : ЯрГУ, 2017. — 40 с.

В практикуме приведены краткие теоретические сведения по аналого-цифровому преобразованию сигналов, даны практические задания, предполагающие проведение аналитических расчетов и компьютерного моделирования, контрольные вопросы, список рекомендуемой литературы.

Предназначен для студентов, изучающих дисциплину «Основы теории цепей».

УДК 621.391.(076.5)
ББК 3811.3я73

© ЯрГУ, 2017

Введение

Большинство схем цифровой обработки сигналов (ЦОС) содержит аналого-цифровой преобразователь (АЦП). Это связано с физической природой окружающих нас сигналов (например, колебание мембраны микрофона, изменение сопротивления термодатчика и пр.), которые являются непрерывными как по времени, так и по своему уровню. Такие сигналы принято называть *аналоговыми*. Однако использование аналоговых методов обработки таких сигналов в современном мире не оправдано для большинства практических применений. Более того, многие задачи (например, сжатие видео-, аудиосигналов, беспроводной доступ в Интернет и пр.) вообще невозможно решить без применения цифровой обработки. Поэтому первой задачей, с которой мы сталкиваемся на пути к ЦОС, является задача аналого-цифрового преобразования.

Перед АЦП исходный сигнал подвергается аналоговой фильтрации, в результате которой сохраняются только значимые участки спектра сигнала. Обычно для этих целей используются фильтры нижних частот (ФНЧ) или полосовые фильтры (ПФ). После АЦП сигнал поступает в некоторое устройство цифровой обработки сигналов. Это может быть цифровой сигнальный процессор (ЦСП), программируемая логическая интегральная схема (ПЛИС) и пр. Затем, как правило, сигнал опять нужно вернуть в аналоговый вид. Такую задачу решает цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) и последующий аналоговый фильтр, устраняющий все лишние спектральные компоненты, возникшие в процессе преобразования.

Практикум посвящен подробному анализу двух ключевых процессов, происходящих при аналого-цифровом преобразовании: дискретизации и квантованию. Предлагаются практические задания по моделированию данных процессов в среде Matlab.

1. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ

1.1. Общие сведения об аналого-цифровом преобразовании

На рис. 1.1 приведена типичная схема цифровой обработки сигналов.

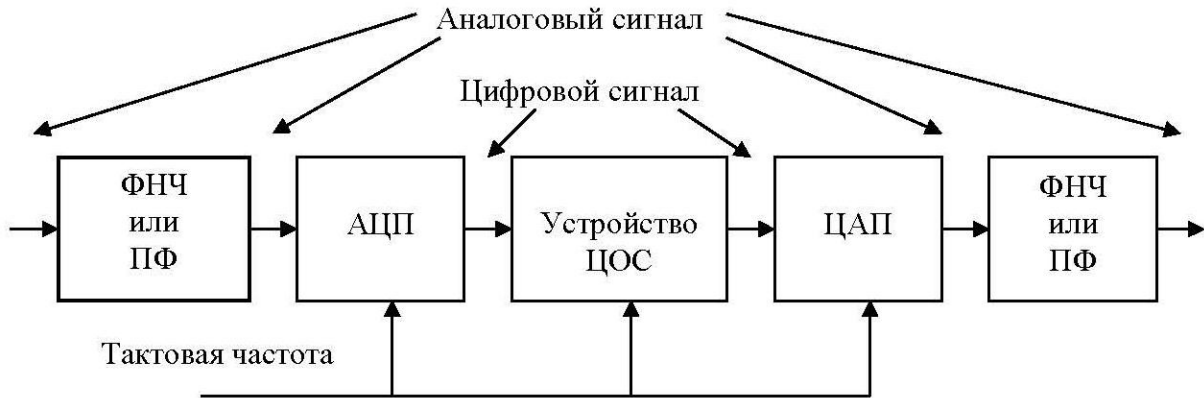


Рис. 1.1. Обобщенная структурная схема цифровой обработки сигналов

Рассмотрим блок АЦП более подробно, временно не объясняя назначение фильтра, расположенного перед ним. Традиционно операция преобразования выполняется в три этапа (рис. 1.2): *дискретизация, квантование, кодирование*. На первом этапе необходимо из непрерывного сигнала выделить только его значения в строго определенные моменты времени — *отсчеты*. На втором этапе нужно ограничить возможные значения отсчетов сигнала по уровню, привязав к заранее заданной сетке допустимых уровней сигнала путем округления или усечения до ближайшего уровня. На третьем этапе необходимо представить полученные значения уровня каждого отсчета в двоичной форме.



Рис. 1.2. Структурная схема аналого-цифрового преобразования

Здесь появляется необходимость упомянуть еще несколько ключевых определений. *Дискретным* называется сигнал, который существует только в определенные моменты времени, но может принимать любые значения по уровню. Моменты времени, как правило, отличаются на постоянный шаг, называемый *периодом дискретизации* T_D . Величина, обратная периоду дискретизации, называется *частотой дискретизации* F_D и является основным понятием любой схемы ЦОС. Дискретный сигнал следует отличать от *дискретизированного* в том смысле, что первый — математическая абстракция, а второй — сигнал, получаемый в результате реального процесса дискретизации. *Квантованным* называется аналоговый или дискретный сигнал, который может принимать только заранее определенные значения уровня. В данном случае сигнал после прохождения первых двух этапов является и дискретизированным и квантованным. Часто в литературе такой сигнал называется *цифровым*. Однако мы под цифровым сигналом будем понимать сигнал, полученный после прохождения всех трех этапов, т. е. цифровой сигнал — это сигнал, который дискретизирован по времени, квантован по уровню и переведен в последовательность кодовых слов (последовательность битов). Различие между перечисленными сигналами приведено на рис. 1.3.

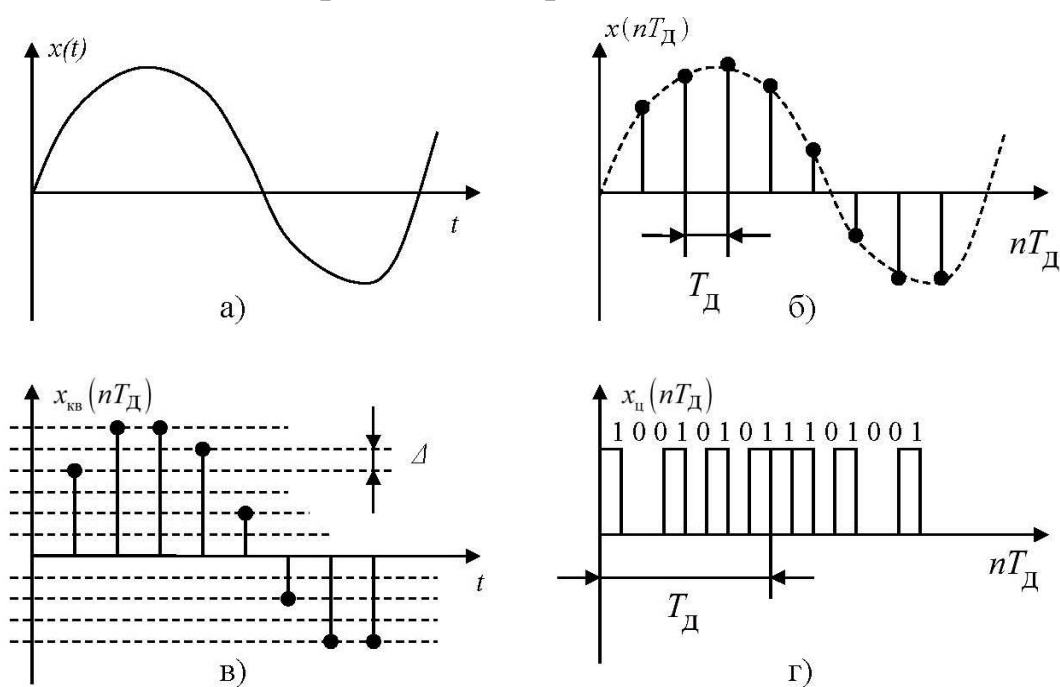


Рис. 1.3. Сигналы: а) аналоговый, б) дискретный, в) квантованный, г) цифровой

Разрядность квантователя определяется числом битов, отведенных для представления значения одного отсчета. Число самих уровней N определяется простым выражением:

$$N = 2^b, \quad (1.1)$$

где b — число разрядов квантователя (обычно 8-24 бита).

Шаг между уровнями Δ можно определить, зная размер полной шкалы АЦП, т. е. максимально возможный уровень сигнала A_{max} :

$$\Delta = \frac{A_{max}}{2^{b-1}}. \quad (1.2)$$

Пример. Традиционно для аналого-цифрового преобразования речевых сигналов используется частота дискретизации 8 кГц и разрядность квантователя 8 бит. Таким образом, за каждый такт мы должны будем передать 8 бит информации, а таких тактов в секунду 8 000. В итоге получается скорость цифрового потока 64 кбит/с.

1.2. Низкочастотная дискретизация

1.2.1. Частотная неоднозначность в представлении дискретных сигналов

Как уже было сказано, процесс дискретизации заключается в представлении непрерывного сигнала его значениями (отсчетами) через равные промежутки времени. Будем обозначать исходный сигнал $x(t)$, а дискретный $x(nT_d)$, где n — номер отсчета, или просто $x(n)$. Между отсчетами сигнала не существует, т. е. информация о том, как ведет себя сигнал между отсчетами, полностью теряется.

При выполнении определенных условий сигнал может быть полностью восстановлен обратно в аналоговую форму из дискретного представления. Однако здесь есть некоторая неоднозначность. Поясним ее на рис. 1.4.

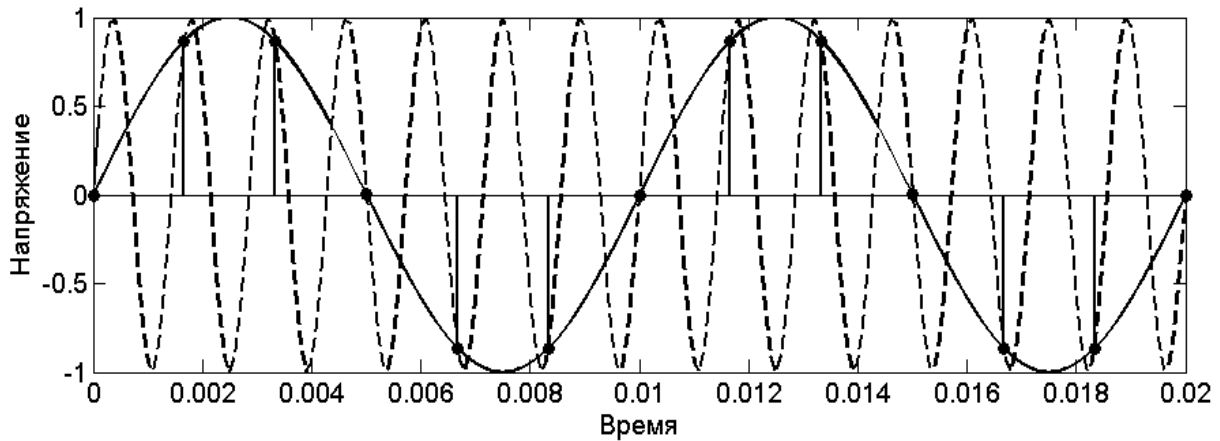


Рис. 1.4. Частотная неоднозначность дискретных сигналов

Возьмем синусоиду с частотой 100 Гц (жирная линия) и про- дискретизируем ее с частотой 600 Гц (отмечено точками). Полу- чаем шесть отсчетов на каждый период синусоиды. Однако если мы на этом же графике изобразим синусоиду с частотой 700 Гц (пунктирная линия), то увидим, что она проходит через те же точки, т. е. описывается теми же отсчетами. Более того, таких си- нусоид можно провести бесконечное множество. Найдем этому математическое объяснение.

Дискретизированный сигнал можно записать следующим об- разом:

$$x(n) = \sin(2\pi f_0 n T_d), \quad (1.3)$$

где f_0 — частота синусоиды, в данном случае 100 Гц. Из тригоно- метрии известно, что если изменить аргумент на число, кратное 2π , то получим идентичную синусоиду. Запишем это и немного преобразуем результат:

$$x(n) = \sin(2\pi f_0 n T_d \pm 2\pi m) = \sin(2\pi (f_0 \pm m/n T_d) n T_d), \quad (1.4)$$

где m — любое натуральное число. Теперь если выбрать m крат- ным n , можем заменить их отношение другой целочисленной пе- ременной k :

$$x(n) = \sin(2\pi (f_0 \pm k / T_d) n T_d). \quad (1.5)$$

Наконец, с учетом взаимобратной связи периода и частоты дискретизации получаем наиболее значимое для дальнейших рас- суждений выражение:

$$x(n) = \sin(2\pi f_0 n T_D) = \sin(2\pi (f_0 \pm k F_D) n T_D). \quad (1.6)$$

Выражение (1.6) показывает, что при дискретизации с частотой F_D Гц мы не сможем различить дискретизированные значения гармонического колебания с частотой f_0 Гц и гармонического колебания с частотой $(f_0 \pm k F_D)$ Гц, где k — любое натуральное число.

Проиллюстрируем данное явление в частотной области (рис. 1.5) на следующем примере: частота гармонического колебания 1 кГц, частота дискретизации 6 кГц. Отметим на оси частот те значения, которые при дискретизации будут неотличимы друг от друга, т. е. 1, 7, 13 кГц и т. д. Здесь, однако, следует вспомнить, что любой действительный сигнал имеет свою зеркальную копию в области отрицательных частот. Так, амплитудный спектр синуса частотой 1 кГц имеет две составляющие: 1 кГц и -1 кГц. Из этого следует важный вывод, что в спектре дискретного сигнала появятся по сравнению с исходным спектром не только частоты $(f_0 \pm k F_D)$, но и $(-f_0 \pm k F_D)$, т. е. $-1, 5, -7$ кГц и т. д. Теперь эти выражения можно объединить в одно и сформулировать следующее утверждение.

При дискретизации гармонического колебания частотой f_0 Гц с частотой дискретизации F_D Гц в спектре появляются составляющие с частотами $(\pm f_0 \pm k F_D)$, где k — любое натуральное число.

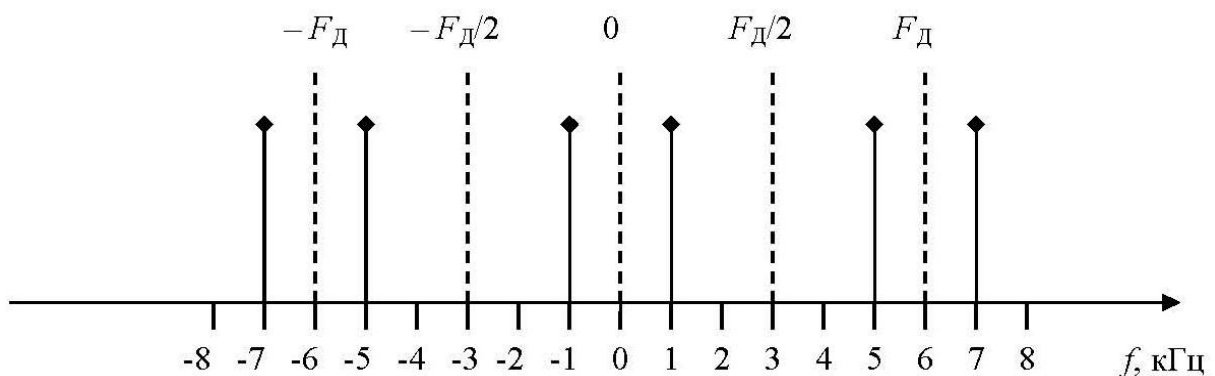


Рис. 1.5. Частотное представление дискретного гармонического сигнала частотой 1 кГц с частотой дискретизации 6 кГц

Теперь рассмотрим, как можно изобразить спектр любого гармонического колебания после процесса дискретизации

без расчета составляющих спектра по формуле. Как только выбрана частота дискретизации $F_{\text{д}}$, вся ось частот разбивается на интервалы длиной $F_{\text{д}}/2$ (отмечено вертикальными пунктирами). После этого изображается спектральная составляющая исходного гармонического сигнала в положительной области частот. В данном случае это 1 кГц. Затем эта составляющая отображается зеркально последовательно относительно каждого пунктира: 1 кГц отображается относительно 3 кГц и попадает на 5 кГц, новая составляющая 5 кГц отображается относительно 6 кГц и попадает на 7 кГц и т. д. Отрицательные составляющие формируются аналогично: 1 кГц отображается на -1 кГц, затем -1 кГц на -5 кГц и т. д. Амплитуда всех составляющих одинакова.

Замечание. Предложенная последовательность действий не описывает реальный процесс образования спектра дискретного гармонического сигнала, но позволяет легко и безошибочно изобразить спектр действительного сигнала, не прибегая к вычислениям. Амплитуда спектральных составляющих в реальности не одинакова и убывает по закону $\sin(x)/x$, это связано с ненулевой длительностью дискретизирующих импульсов.

Теперь явление частотной неоднозначности в представлении дискретных сигналов становится очевидным. Например, дискретизация с частотой 6 кГц гармонических колебаний 1 кГц и 5 кГц даст одинаковые амплитудные спектры.

1.2.2. Эффект наложения спектров и методы борьбы с ним

Перейдем теперь к рассмотрению дискретизации произвольных низкочастотных сигналов (*видеосигналов*), под которыми будем понимать сигналы, основная энергия которых сосредоточена около нулевой частоты.

Пусть спектр исходного аналогового сигнала жестко ограничен значением F_{max} Гц, как это представлено на рис. 1.6 а.

Тогда после процесса дискретизации его спектр будет выглядеть так, как изображено на рис. 1.6 б. Действительно, спектр становится периодическим с периодом, равным частоте дискретизации $F_{\text{д}}$. Изобразить его, не прибегая к математическим расчетам, можно двумя способами. В первом необходимо скопиро-

вать область, в которой сосредоточен исходный спектр, на частоты, кратные частоте дискретизации. Во втором необходимо действовать точно так же, как это было описано в п. 1.2.1 при рассмотрении спектра дискретного гармонического колебания. Необходимо изобразить положительную часть спектра исходного сигнала, разбить ось частот на участки шириной $F_{\text{д}}/2$, восстановить на границах этих участков вертикальные пунктиры и отобразить исходный спектр последовательно зеркальным образом относительно каждого вертикального пунктира.

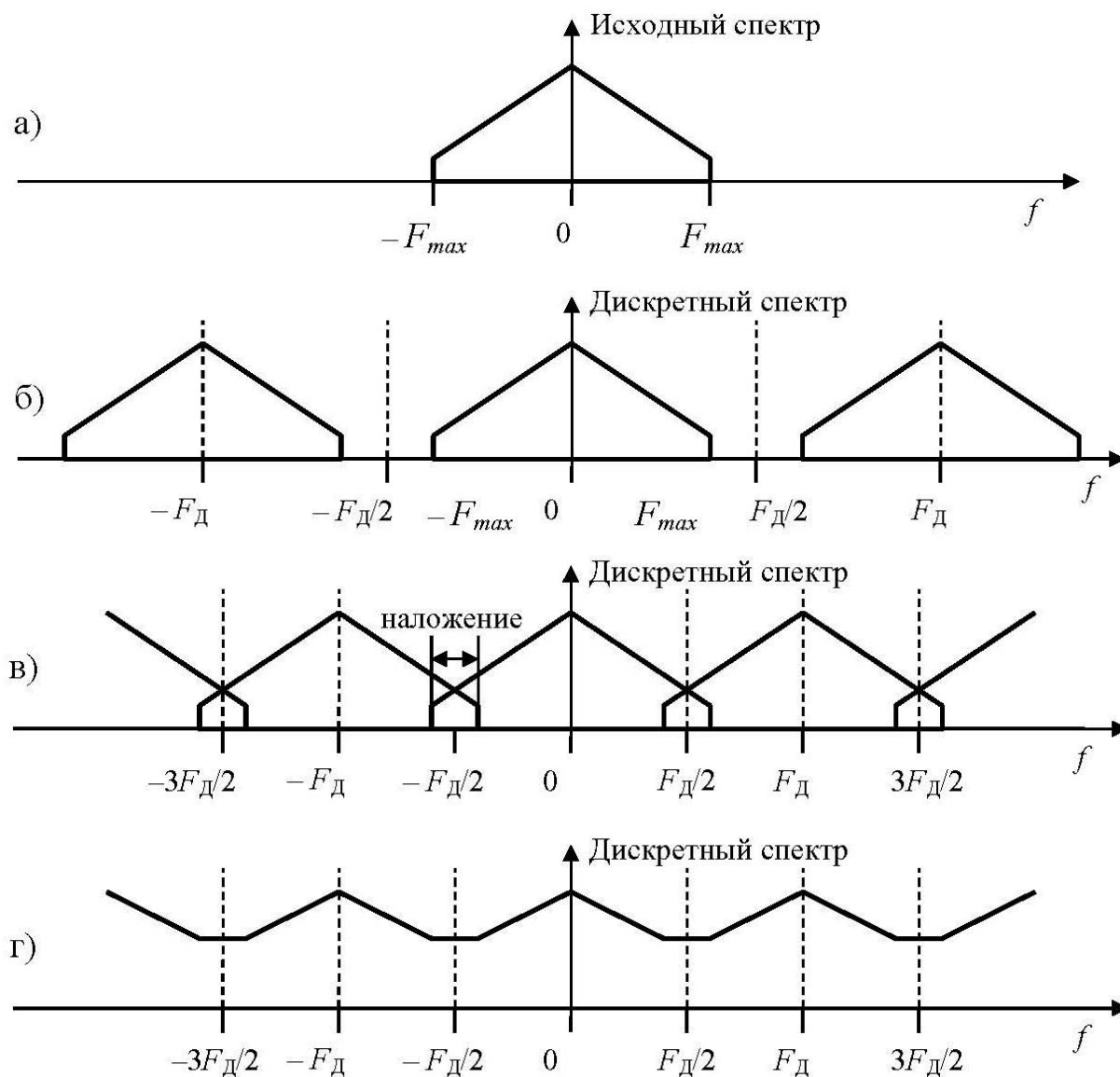


Рис. 1.6. Спектры: а) исходного непрерывного сигнала, б) дискретного сигнала при $F_{\text{max}} < F_{\text{д}}/2$, в) дискретного сигнала при $F_{\text{max}} > F_{\text{д}}/2$, г) дискретного сигнала после наложения соседних спектров

Однако вполне может сложиться ситуация, приведенная на рис. 1.6 в и 1.6 г, в случае если частота дискретизации окажется недостаточно большой. Такое явление перекрытия и взаимного суммирования соседних спектров называется *эффектом наложения*. При этом информация об исходном виде спектра будет безвозвратно утеряна. Чтобы это не происходило, обязательно должно выполняться условие $F_{max} < F_{д}/2$, которое носит название *теоремы отсчетов (Котельникова, Найквиста)*.

Точное восстановление исходного низкочастотного сигнала по его отсчетам возможно только в том случае, если частота дискретизации не менее чем в 2 раза выше максимальной частоты в спектре исходного сигнала:

$$F_{д} \geq 2 \cdot F_{max}. \quad (1.7)$$

Однако в реальности мы не имеем сигналов с четко ограниченным спектром, кроме того сигнал может передаваться совместно с шумами и помехами, частотные свойства которых заранее не известны. Существуют два основных способа, позволяющих предотвратить данную проблему.

Первый способ заключается в предварительной фильтрации аналогового сигнала с целью сознательного ограничения его полосы. Перед АЦП ставится фильтр нижних частот (рис. 1.1), который носит еще название *антиалиасингового (antialiasing)*, т. е. фильтра, предотвращающего наложение. Второй способ заключается в сознательном завышении частоты дискретизации по сравнению с минимально необходимой. Такой подход носит название *передискретизации*. Зачастую оба способа используются одновременно.

Разберем конкретный пример (рис. 1.7 а). Пусть у нас есть музыкальный сигнал, спектр которого сосредоточен в полосе частот от 0 до 20 кГц (для компактности отрицательная часть спектра не показана). На частоте 35 кГц возникает сильная гармоническая помеха, о которой мы не знаем, т. к. человеческое ухо способно воспринимать частоты примерно до 20 кГц. Согласно теореме отсчетов (1.7) минимально необходимая частота дискретизации для данного сигнала $F_{д} = 2 \cdot 20 \text{ кГц} = 40 \text{ кГц}$. Если дискретизировать сигнал с такой частотой, мы получим спектр, приведенный на рис. 1.7 б. Помеха с частоты 35 кГц согласно правилу зер-

кального копирования будет перенесена на частоту 5 кГц и станет впоследствии слышимой.

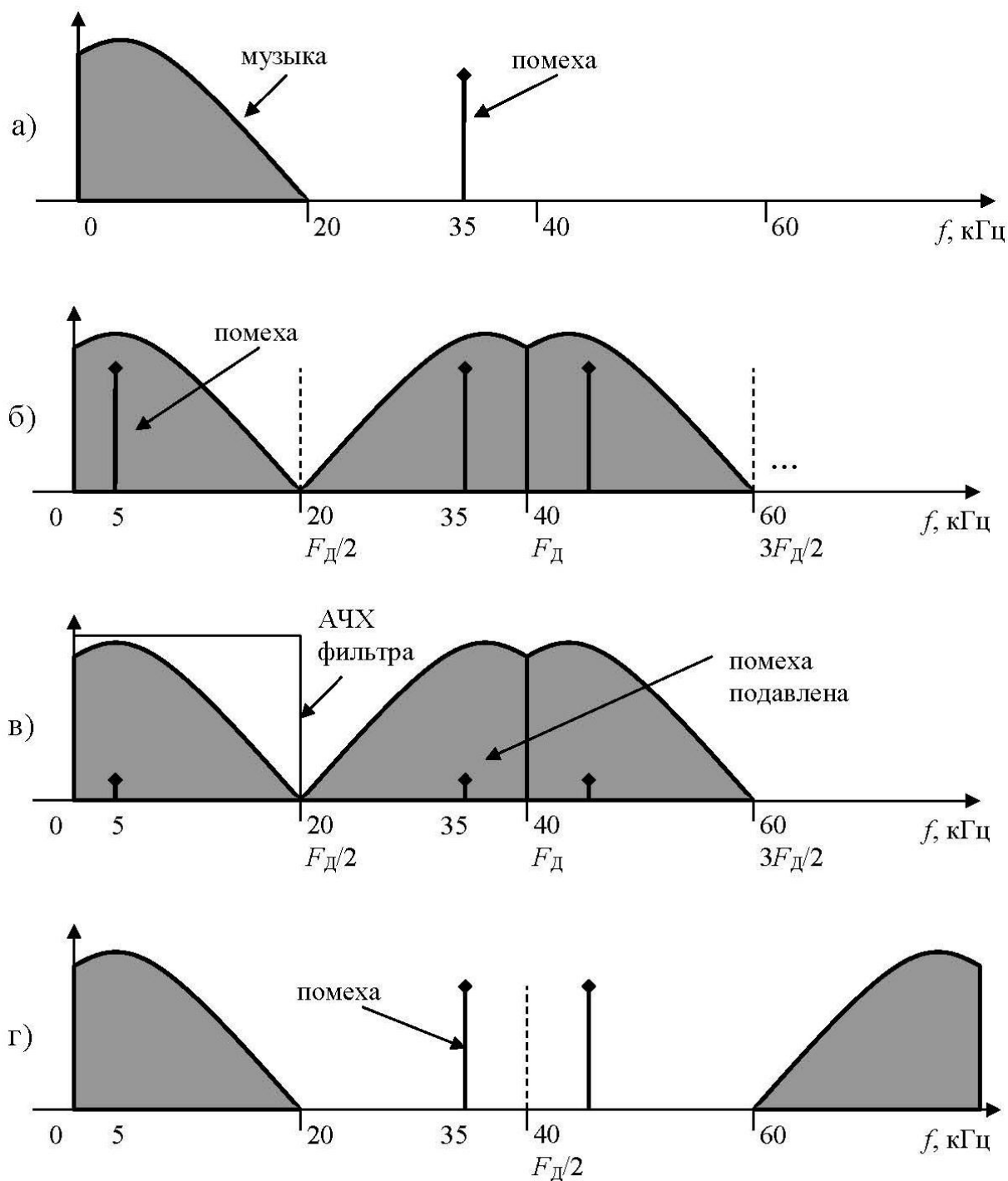


Рис. 1.7. Пример дискретизации сигнала при наличии помех:
 а) исходный спектр, б) спектр после дискретизации с частотой 40 кГц,
 в) спектр после дискретизации с частотой 40 кГц и предварительной
 фильтрацией, г) спектр после дискретизации с частотой 80 кГц

Для устранения этого эффекта можно установить перед АЦП фильтр нижних частот с частотой среза не более половины частоты дискретизации $F_d/2$. Его идеальная амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) изображена на рис. 1.7 в. Назначение этого ФНЧ — четко ограничить спектр желаемого сигнала и подавить все более высокочастотные помехи и шумы, которые в процессе дискретизации могут перенестись на полезный сигнал.

С другой стороны, можно взять более высокую частоту дискретизации, например 80 кГц. Этот случай изображен на рис. 1.7 г. Тем самым мы добились, что помеха оказалась исходно в интервале $0..F_d/2$ и не оказывает влияния на исходный сигнал.

У каждого из этих способов есть свои недостатки. ФНЧ на самом деле имеет не идеальную АЧХ, у него есть переходная полоса и определенное подавление в полосе заграждения, которое напрямую связано с порядком, а значит сложностью и габаритами фильтра. Поскольку мы заранее не знаем частоты помех и самого факта их наличия, мы не знаем, какая передискретизация необходима. Однако совместное использование этих двух методов позволяет добиться хороших результатов в любой ситуации.

Рассмотрим эффект от одновременного использования предварительной фильтрации и передискретизации на рис. 1.8. У нас опять есть музыкальный сигнал со спектром от 0 до 20 кГц. Стандартная частота дискретизации звуковых АЦП 44,1 кГц, что немного выше минимально необходимой 40 кГц. При этом допуск на переходную полосу АЧХ фильтра всего лишь $44,1/2 - 20 = 2,05$ кГц. Если же мы увеличим частоту дискретизации, например, до 192 кГц (используется в профессиональных звуковых АЦП), то размеры переходной полосы увеличатся до $192/2 - 20 = 76$ кГц, соответственно, мы можем использовать более простой фильтр. Выделить затем нужную нам полосу до 20 кГц всегда можно будет уже цифровым фильтром внутри, например ЦСП.

1.3. Полосовая дискретизация

1.3.1. Отличия и сходства с низкочастотной дискретизацией

Рассмотренная низкочастотная дискретизация является классическим, но не единственным способом дискретизации. Бурное развитие элементной базы позволило внедрить цифровые методы обработки в задачах радиосвязи, а для них типичны не низкочастотные сигналы, а сигналы с достаточно высокой несущей частотой f_n и при этом достаточно узкой полосой. Такие сигналы, основная энергия которых сосредоточена вокруг некоторой ненулевой частоты, принято называть *радиосигналами*, а метод их дискретизации — *полосовой дискретизацией*. В литературе можно встретить также названия *субдискретизация* и *гармоническая дискретизация*. Также часто вводится понятие *зоны Найквиста*, которым обозначается частотный интервал от $nF_D/2$ до $(n + 1)F_D/2$, где n — любое целое число. Зоны Найквиста имеют номера, причем первой называется зона с границами от 0 до $F_D/2$. Суть метода полосовой дискретизации поясняется на рис. 1.8.

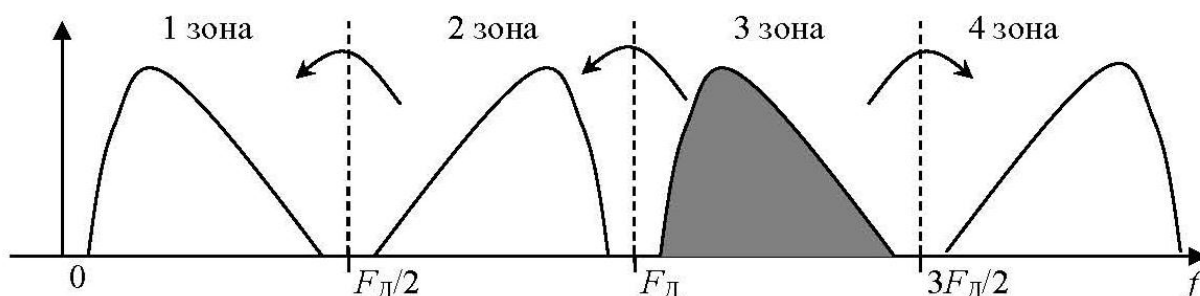


Рис. 1.8. Полосовая дискретизация и зоны Найквиста

Если спектр исходного сигнала сосредоточен в пределах *любой* зоны Найквиста (например, в третьей, как на рисунке), то после дискретизации он будет скопирован в *каждую* другую зону Найквиста, в том числе и в первую. А нас будет интересовать именно первая как самая низкочастотная и удобная для дальнейшей обработки. Причем если исходный спектр находится в нечетной зоне, то он будет перенесен в первую зону без инверсии, а если в четной, то инверсия будет. Если спектр сигнала не укла-

дывается в пределах одной зоны Найквиста, то будет возникать эффект наложения аналогично описанному в п. 1.2.2.

Таким образом, *теорема дискретизации в общем виде* может быть сформулирована так. Точное восстановление исходного сигнала по его отсчетам возможно только в том случае, если частота дискретизации не менее чем в 2 раза больше ширины полосы спектра исходного сигнала:

$$F_d \geq 2 \cdot B, \quad (1.8)$$

где B — ширина полосы, определенная по заданному уровню.

Чтобы искусственно ограничить полосу исходного сигнала и предотвратить влияние помех, необходимо использовать перед дискретизатором полосовой фильтр (ПФ). Требования к нему определяются аналогично п. 1.2.2, за исключением того, что у ПФ, в отличие от ФНЧ, две переходные полосы.

Еще раз подчеркнем важную практическую особенность полосовой дискретизации: за одну операцию сигнал и преобразуется в дискретный вид, и переносится по частоте вниз. В обычных радиоприемных устройствах для этого потребовался бы специальный преобразователь частоты — гетеродин.

1.3.2. Выбор частоты дискретизации

Если в случае низкочастотной дискретизации теоремы отсчетов для выбора частоты дискретизации было достаточно, то в случае полосовой дискретизации это не совсем так. Рассмотрим пример. Радиосигнал имеет несущую частоту 1 МГц и занимает полосу 50 кГц. Если мы будем пользоваться теоремой отсчетов для низкочастотных сигналов, то необходимая минимальная частота дискретизации будет равна $(1 \text{ МГц} + 50 \text{ кГц} / 2) \times 2 = 2,1 \text{ МГц}$. Однако поскольку вся полезная информация сосредоточена в полосе сигнала 50 кГц, то минимальную частоту дискретизации можно уменьшить до $50 \times 2 = 100 \text{ кГц}$. Но здесь следует учесть возможные эффекты наложения, которые могут возникнуть из-за того, что сигнал не попадет целиком в пределы одной зоны Найквиста. Кроме того, необходимо использовать передискретизацию, чтобы расширить переходную полосу для ПФ. Однако опять нужно быть уверенным, что исходный сигнал нахо-

дится в пределах одной зоны Найквиста, желательно по ее центру, чтобы обеспечить равные переходные полосы для фильтра. Кроме того, при попадании в четные зоны будет возникать инверсия спектра. На рис. 1.9 а показан случай правильного выбора частоты дискретизации, а на рис. 1.9 б — ошибочный выбор.

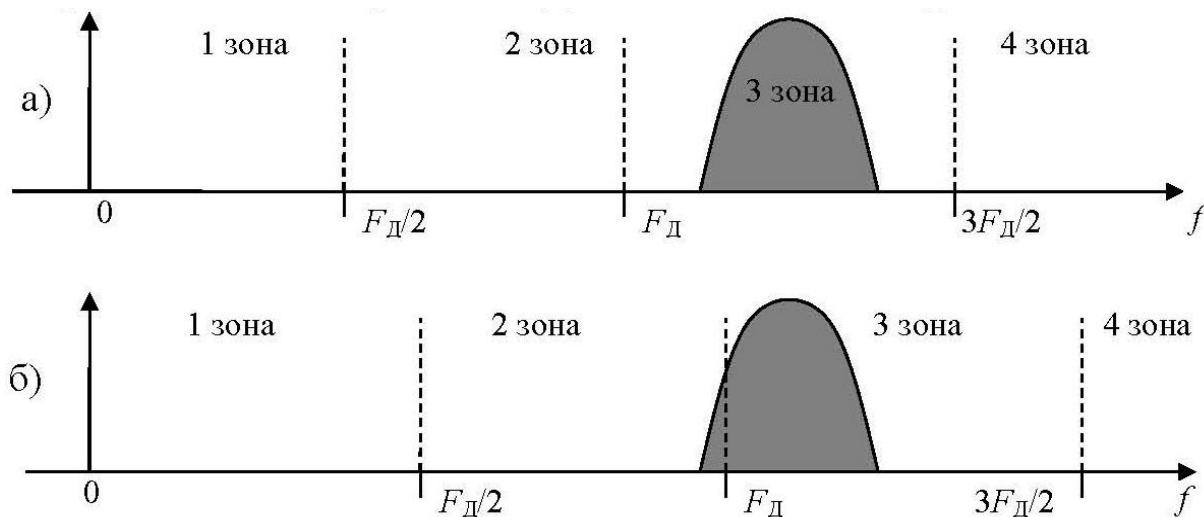


Рис. 1.9. Выбор частоты дискретизации:
а) верное решение, б) ошибочное

Таким образом, приходим к выводу, что существует некоторые допустимые диапазоны для частоты дискретизации полосовых сигналов. При этом наблюдается закономерность: чем больше номер зоны Найквиста, в которую попадает сигнал, тем меньше частота дискретизации, но тем жестче требования к фильтру. В литературе можно найти формулы для определения соответствующих частот, а также для частот, при которых исходный спектр будет центрирован в зоне. Формулы приведены без вывода в табл. 1.

Таблица 1

Соотношения полосовой дискретизации

Описание	Формула	Условия
Допустимые границы для частоты дискретизации	$(2f_H + B)/(m+1) \leq F_D \leq (2f_H - B)/m$	m — любое натуральное число, для которого $F_D \geq 2B$
Частоты дискретизации, при кото-	$F_D = \frac{4f_H}{2k+1}$	k — любое натуральное число,

Описание	Формула	Условия
рых исходный спектр расположен по центру зоны Найквиста		для которого $F_{\text{д}} \geq 2B$
Минимальная частота дискретизации (при центрировании спектра)	$F_{\text{д}} = \frac{4f_{\text{н}}}{2k+1}$	$k = \left\lfloor \frac{f_{\text{н}}}{B} - 0,5 \right\rfloor$, где оператор $\lfloor \cdot \rfloor$ обозначает усечение до целого
Минимальная частота дискретизации	$F_{\text{д}} = (2f_{\text{н}} + B)/m$	$m = \left\lfloor \frac{f_{\text{н}}}{B} + 0,5 \right\rfloor$, где оператор $\lfloor \cdot \rfloor$ обозначает усечение до целого

1.4. Практические задания

1.4.1. Исследование эффекта наложения спектров и методов борьбы с ним

Рассмотрим эффект наложения на примере дискретизации сигнала с теоретически бесконечным спектром. В качестве такового возьмем *меандр* (последовательность прямоугольных импульсов со скважностью два). Как известно, его спектр состоит только из нечетные гармоники: первая, третья, пятая и т. д.

В качестве предварительного задания предлагается теоретически рассчитать амплитудный спектр меандра, используя разложение в ряд Фурье, а также изобразить на бумаге первые 4–5 гармоник (основная частота 87 Гц).

Затем необходимо собрать схему в среде Simulink согласно рис. 1.10. Блок «Signal Generator» генерирует меандр с частотой 87 Гц, блоки «Zero-Order Hold1» и «Zero-Order Hold3» дискретизируют с частотой 1 кГц, блок «Zero-Order Hold2» — с частотой 5 кГц, блок «Analog Filter Design» представляет собой аналоговый фильтр.

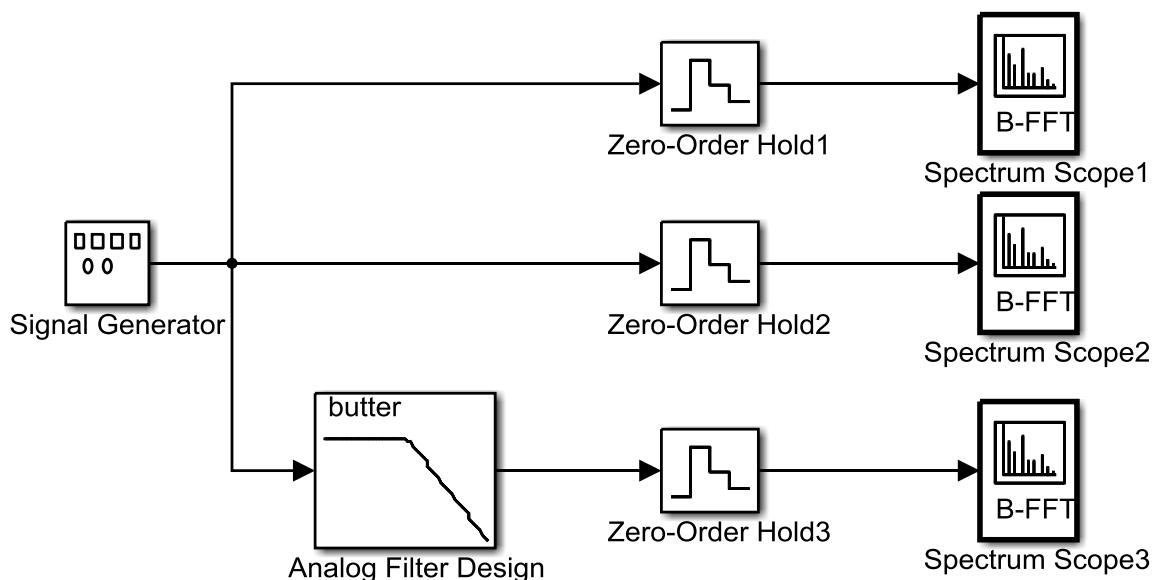


Рис. 1.10. Исследование эффекта наложения на примере сигнала с бесконечным спектром

Верхняя ветвь модели иллюстрирует ситуацию возникающего эффекта наложения спектров и отсутствия каких-либо мер, его предотвращающих. Средняя ветвь иллюстрирует метод передискретизации, а нижняя — метод предварительной фильтрации. На спектрах четко видны основные гармоники и пики гармоник, которые попали в первую зону Найквиста в результате наложения.

Изобразите на бумаге все три ситуации и сопоставьте теоретические результаты с результатами моделирования. Поэкспериментируйте с типом и порядком аналогового фильтра. Обоснуйте выбор частоты среза. Примените одновременно и фильтрацию и передискретизацию.

1.4.2. Исследование особенностей дискретизации полосовых сигналов

В качестве полосового сигнала будем использовать ЧМ-модулированный сигнал (рис. 1.11). Зададим следующие параметры: частота информационного сигнала 87 Гц, несущая частота 6 250 Гц, девиация 150 Гц. Фильтр ограничивает сигнал в полосе 1 000 Гц.

Изобразите на бумаге спектр сигнала и рассчитайте теоретически по формулам оптимальные частоты дискретизации. Введите их значения в модель и объясните получившиеся результаты. В каком

случае происходит инверсия спектра, а в каком нет? Какова минимально возможная частота дискретизации? Какова минимально возможная частота дискретизации без инверсии спектра?

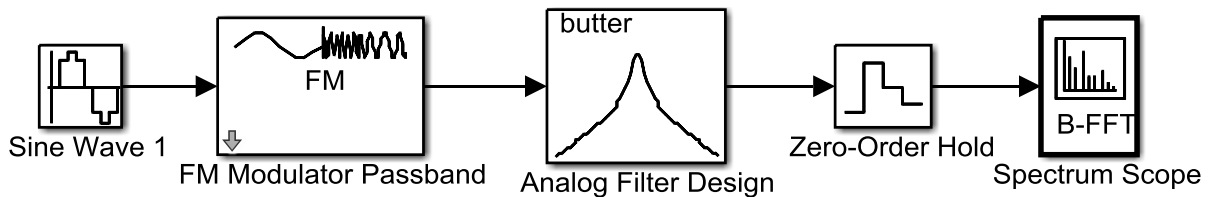


Рис. 1.11. Схема для исследования полосовой дискретизации

Ниже приведен пример скрипта на языке Matlab, позволяющий автоматически рассчитать допустимые диапазоны для частоты дискретизации под заданный полосовой сигнал, частоты дискретизации, при которых исходный спектр будет центрирован относительно зоны Найквиста, в которой он находится, а также сами номера зон. Сравните результаты его исполнения с собственными расчетами и оцените размеры переходной полосы для каждого случая.

```

% считывание из командной строки начальных данных
fc = input('Центральная частота: ');
bw = input('Ширина полосы: ');
% расчет допустимых диапазонов частоты дискретизации
display('Возможные частоты дискретизации:');
% расчет для первой зоны
m = 0;
fs_min = 2*fc + bw;
fs_max = inf;
% расчет для следующих зон
while fs_min >= 2*bw
    display([num2str(m+1), ' '), num2str(fs_min), ...
            ' .. ', num2str(fs_max)]);
    m = m + 1;
    fs_min = (2*fc + bw) / (m + 1);
    fs_max = (2*fc - bw) / m;
end;
% расчет частот дискретизации с центрированием
display('Частоты дискретизации с центрированием: ');
m = 1;

```

```
fs = 4*fc;
while fs >= 2*bw
    display([num2str((m+1)/2), ...
        ' зона Найквиста - ', num2str(fs)]);
    m = m + 2;
    fs = 4*fc/m;
end;
```

Результат работы скрипта:

Центральная частота: 65000

Ширина полосы: 14000

Возможные частоты дискретизации:

- 1) 144000 .. Inf
- 2) 72000 .. 116000
- 3) 48000 .. 58000
- 4) 36000 .. 38666.6667
- 5) 28800 .. 29000

Частоты дискретизации с центрированием:

- 1 зона Найквиста - 260000
- 2 зона Найквиста - 86666.6667
- 3 зона Найквиста - 52000
- 4 зона Найквиста - 37142.8571
- 5 зона Найквиста - 28888.8889

2. КВАНТОВАНИЕ СИГНАЛОВ

2.1. Типы квантования сигнала

Отсчеты дискретного сигнала могут принимать любые значения по амплитуде. Однако системы цифровой обработки сигналов не могут оперировать непрерывными величинами, в них четко фигурирует понятие кванта, как по времени, так и по частоте. Дискретный сигнал необходимо подвергнуть процедуре квантования по уровню, суть которой поясняется на рис. 2.1.

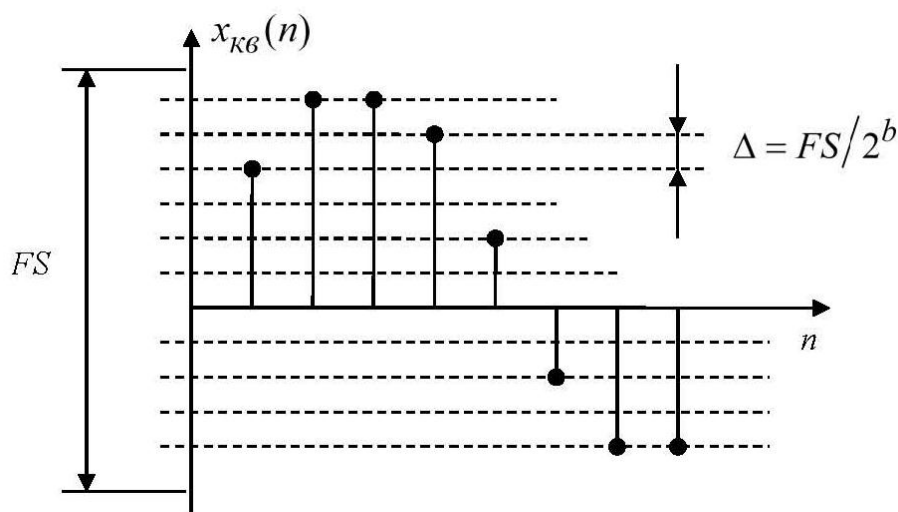


Рис. 2.1. Результат квантования сигнала

Диапазон возможных значений дискретного сигнала FS (полная шкала) делится на конечное число интервалов 2^b , где b — разрядность квантователя (обычно в пределах от 1 до 24 бит), при этом значения отсчетов, попадающие между уровнями, заменяются значениями ближайших уровней. Расстояние между соседними уровнями Δ называется *шагом квантования*. Его легко определить по формуле:

$$\Delta = \frac{FS}{2^b}. \quad (2.1)$$

Пример. Аналого-цифровой преобразователь способен принимать сигналы в диапазоне $-1..+1$ В. Если используется 8-битное квантование, то шаг квантования равен $(1-(-1))\text{В} / 28 = 7.8$ мВ, а если 16-битное, то $(1-(-1))\text{В} / 216 = 31$ мкВ.

Правил, по которым принимается решение о том, к какому из ближайших уровней притянуть истинное значение отсчета, встречается три: округление, усечение и усечение по модулю.

Каждый из этих типов квантования наглядно представляется своей амплитудной характеристикой, называемой лестницей квантования (рис. 2.2).

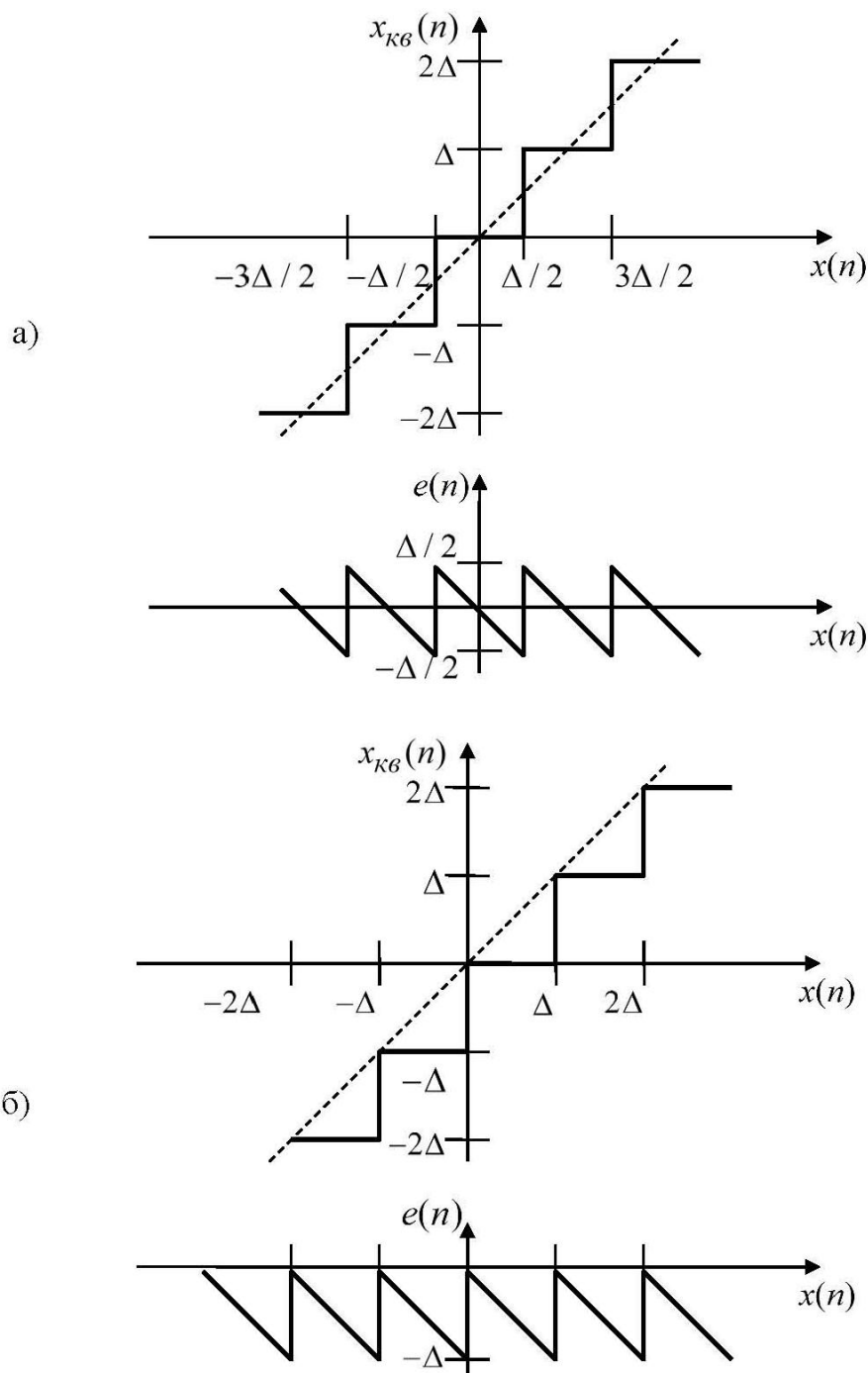


Рис. 2.2. Типы квантования: а) округление, б) усечение

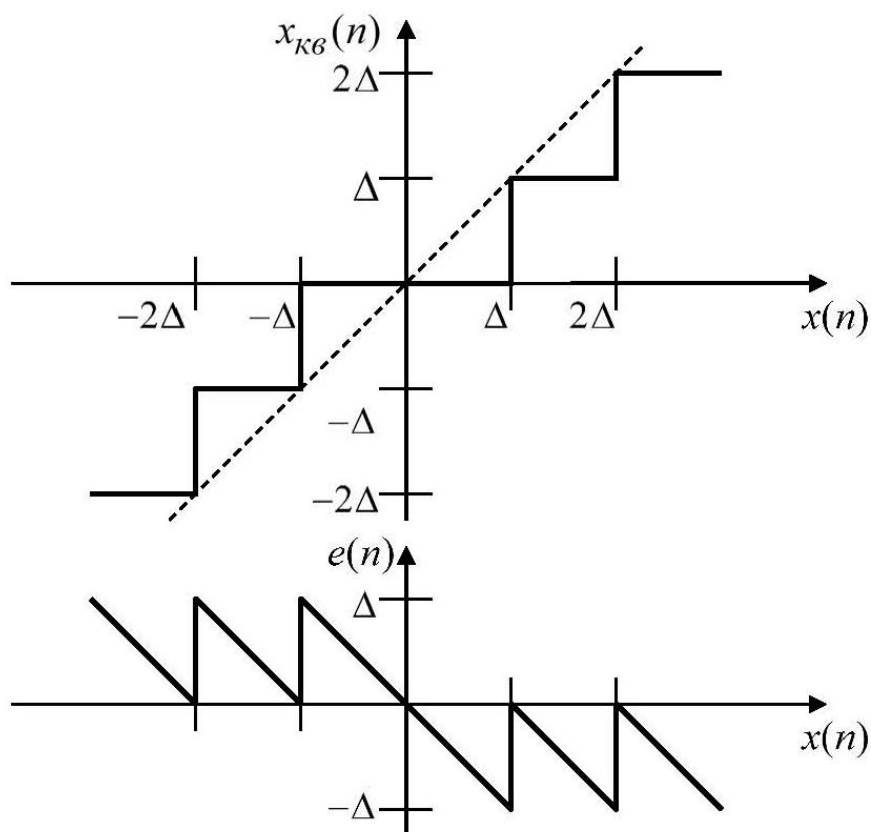


Рис. 2.3. Типы квантования: усечение по модулю

Пунктиром на рисунке показана идеальная амплитудная характеристика без квантования. Разница между квантованным $x_{kv}(n)$ и истинным $x(n)$ значением отсчета называется *ошибкой квантования*:

$$e(n) = x_{kv}(n) - x(n). \quad (2.2)$$

Стоит обратить внимание, что ошибка квантования $e(n)$ во всех трех случаях не превышает величины шага квантования Δ .

На рис. 2.2, 2.3 видно, что изменения сигнала менее шага квантования будут не восприняты АЦП, в крайнем случае они приведут только к скачку на соседний уровень квантования, этот факт будет использован далее.

2.2. Статистическая модель ошибок квантования

В общем случае ошибку квантования $e(n)$ можно представить случайным процессом или шумом, накладываемым на полезный дискретный сигнал:

$$x_{кв}(n) = x(n) + e(n). \quad (2.3)$$

В последующих рассуждениях будет применяться следующая статистическая модель ошибок квантования:

1) ошибка квантования представляет собой дискретный стационарный случайный процесс;

2) значения ошибки квантования не коррелированы с точными значениями сигнала;

3) значения ошибки квантования не коррелированы друг с другом;

4) плотность вероятности значений ошибок квантования описывается равномерным распределением.

Естественно, эти предположения будут справедливы далеко не всегда, и далее будут разбираться примеры последствий нарушения этих предположений. Однако пока будем придерживаться данной модели.

Пользуясь рис. 2.2, 2.3, легко построить плотности вероятности значений ошибок квантования для всех трех типов квантователей (рис. 2.4).

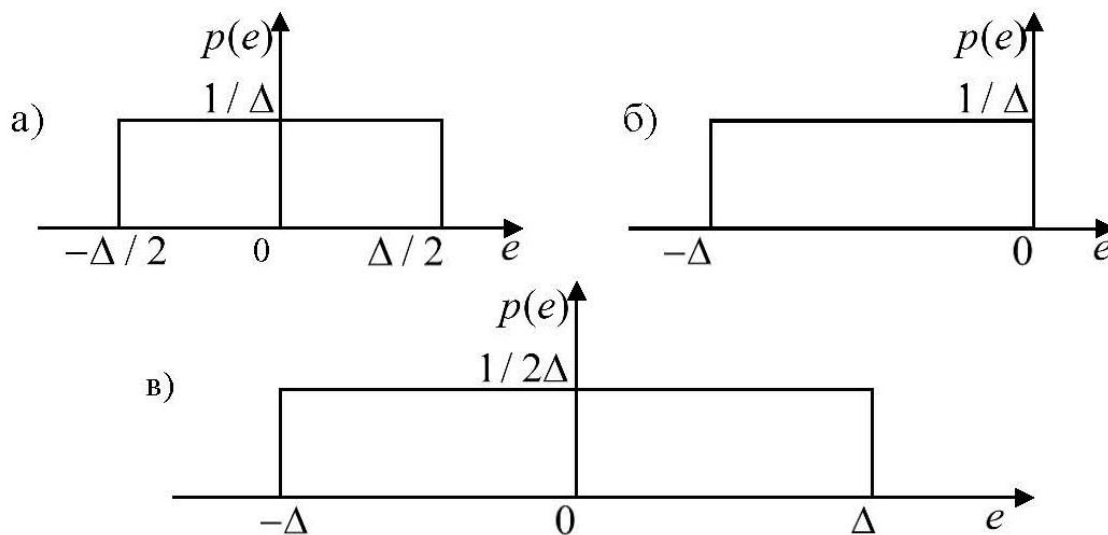


Рис. 2.4. Плотность вероятности значений ошибок квантования:
а) округление, б) усечение, в) усечение по модулю

Зная плотность вероятности, по классическим формулам

$$m_e = \int_{-\infty}^{\infty} e \cdot p(e) de, \quad (2.4)$$

$$\sigma_e^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (e - m_e)^2 \cdot p(e) de, \quad (2.5)$$

рассчитаем математическое ожидание m_e и дисперсию ошибки σ_e^2 для каждого типа квантования.

Для округления:

$$m_e = 0, \quad \sigma_e^2 = \Delta^2/12.$$

Для усечения:

$$m_e = -\Delta/2, \quad \sigma_e^2 = \Delta^2/12.$$

Для усечения по модулю:

$$m_e = 0, \quad \sigma_e^2 = \Delta^2/3.$$

Наиболее интересной с практической точки зрения характеристикой является отношение средней мощности полезного сигнала P_c к средней мощности шума $P_{ш}$ — отношение «сигнал/шум», или *signal-to-noise ratio* (*SNR*). Данная величина обычно выражается в децибелах (дБ) и показывает, насколько сигнал превышает уровень шума:

$$SNR = 10 \lg \left(\frac{P_c}{P_{ш}} \right). \quad (2.6)$$

Рассчитаем *SNR* для квантования с округлением, заменив в формуле (2.6) средние мощности на дисперсии $P_c = \sigma_x^2$, $P_{ш} = \sigma_e^2$:

$$SNR = 10 \lg \left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_e^2} \right) = 10 \lg(\sigma_x^2) - 10 \lg(\sigma_e^2) = 10 \lg(\sigma_x^2) - 10 \lg \left(\frac{\Delta^2}{12} \right). \quad (2.7)$$

Далее, воспользовавшись формулой (2.1), получаем:

$$\begin{aligned} SNR &= 10 \lg(\sigma_x^2) - 10 \lg \left(\frac{FS^2}{2^{2b} \cdot 12} \right) = \\ &= 10 \lg(\sigma_x^2) - 20 \lg(FS) + 20b \lg(2) + 10 \lg(12) = \\ &= 10 \lg(\sigma_x^2) - 20 \lg(FS) + 6,02b + 10,79 \text{ дБ}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Примем полную шкалу *FS* равной 1, тогда:

$$SNR = 6,02b + 10\lg(\sigma_x^2) + 10,79 \text{ дБ}. \quad (2.9)$$

Формула (2.9) справедлива для любого входного сигнала и показывает, что отношение «сигнал/шум» растет примерно на 6 дБ при увеличении разрядности квантователя на 1 бит. Легко убедиться, что и для двух других типов квантователей эта закономерность сохранится.

Возьмем в качестве полезного сигнала гармоническое колебание произвольной частоты f с размахом на полную шкалу:

$$x(t) = \frac{1}{2} \sin(2\pi ft), \quad (2.10)$$

и рассчитаем его среднюю мощность (дисперсию) на периоде T :

$$\sigma_x^2 = \int_0^T \frac{1}{4} \sin^2(2\pi ft) dt = \frac{1}{8}. \quad (2.11)$$

Подставим результат (2.11) в формулу (2.9) и получим окончательное выражение для SNR в случае округления при гармоническом сигнале:

$$SNR = 10\lg\left(\frac{1}{8}\right) + 6,02b + 10,79 = 6,02b + 1,76 \text{ дБ}. \quad (2.12)$$

В табл. 2 приведены результаты расчета SNR и шага квантования Δ для наиболее распространенных значений разрядности и размера полной шкалы $FS = 1$ В. Обратим внимание, что при разрядности 24 бита шаг квантования составляет всего 0,06 мкВ. Это сопоставимо с напряжением *теплового шума Джонсона*, который является принципиально неустранимым. Например, на сопротивлении 2,2 кОм при температуре 300 К и в полосе 1 кГц оно составляет ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К):

$$U_{\text{тепл.шума}} = \sqrt{4kTR\Delta f} \approx 0,2 \text{ мкВ}. \quad (2.13)$$

Таким образом, дальнейшее увеличение разрядности не целесообразно. Исходный аналоговый сигнал сам по себе не может на практике иметь отношение «сигнал/шум» лучше 120–140 дБ.

Значения отношения сигнал/шум и размер шага квантования для наиболее распространенных значений разрядности

Разрядность b , бит	SNR , дБ	Шаг квантования Δ
1	7.8	500 мВ
2	13.8	250 мВ
4	25.8	62.5 мВ
8	49.9	3.9 мВ
10	62.0	1.0 мВ
12	74.0	244 мкВ
16	98.1	15.3 мкВ
20	122.2	0.95 мкВ
24	146.2	0.06 мкВ

2.3. Спектральные свойства шума квантования

При указанных в начале предыдущего раздела предположениях ошибка квантования представляет собой дискретный белый шум с равномерной плотностью вероятности. Спектральная плотность P_e такого шума, очевидно:

$$P_e = \frac{\sigma_e^2}{f_\partial}, \quad (2.14)$$

где f_∂ — частота дискретизации. Таким образом, шум квантования в идеальном случае распределен равномерно в каждой зоне Найквиста. Легко заметить, что повышение частоты дискретизации уменьшает спектральную плотность шума. Соответственно при фиксированной полосе полезного сигнала можно получить выигрыш в SNR не путем увеличения разрядности, а путем передискретизации и последующей цифровой фильтрации. Данный выигрыш называется *коэффициентом обработки*, а итоговое полосовое отношение сигнал/шум SNR_B для квантования с округлением при гармоническом сигнале с размахом равным полной шкале определяется выражением:

$$SNR_B = 6,02b + 1,76 \text{ дБ} + 10 \lg\left(\frac{f_\partial}{2 \cdot B}\right), \quad (2.15)$$

где B — полоса полезного сигнала.

Если увеличение разрядности на 1 бит улучшает SNR на 6 дБ, то увеличение частоты дискретизации в 2 раза улучшает SNR на 3 дБ. Это открывает возможность обменивать разрядность на частоту дискретизации и наоборот. Одинаковое SNR можно получить при низкой f_δ и большой разрядности, а можно при большой f_δ и низкой разрядности.

Пример. Полезный НЧ-сигнал имеет полосу 1 кГц. Частота дискретизации 2 кГц. Требуется получить отношение «сигнал/шум» не хуже 60 дБ. Если оставить частоту дискретизации равной 2 кГц, то минимальное число разрядов по формуле (2.12) – 10 бит. Если сократить число разрядов до, например, 4 бит, то частота дискретизации должна увеличиться до примерно 5 МГц, согласно формуле (2.15). А если использовать 1-битный компаратор, то частота дискретизации должна быть не ниже 317 МГц. Во всех случаях мы получим SNR не хуже 60 дБ.

Подобная ситуация происходит каждый раз, когда мы смотрим спектр квантованного сигнала после БПФ (быстрое преобразование Фурье). Вычисление БПФ эквивалентно измерению мощности сигнала в очень узких полосах равных f_δ/M , где M — количество точек преобразования. Естественно, в этих узких полосах мощность шума будет гораздо меньше, чем во всей зоне Найквиста, поэтому видимое отношение «сигнал/шум» $SNR_{БПФ}$ будет казаться гораздо лучше, чем расчетное, а именно:

$$SNR_{БПФ} = 6.02b + 1.76 \text{ дБ} + 10 \lg\left(\frac{M}{2}\right). \quad (2.16)$$

На рис. 2.5 показан спектр квантованного с разрядностью 12 бит гармонического сигнала при числе точек БПФ 2^{20} . Видимое отношение «сигнал/шум» (110–120 дБ) существенно превосходит реальное во всей зоне Найквиста (74 дБ). Если же отфильтровать сигнал в полосе от 2 до 4 кГц, отношение «сигнал/шум» уже не видимо, а реально улучшится в соответствии с формулой (2.15) и составит 83 дБ.

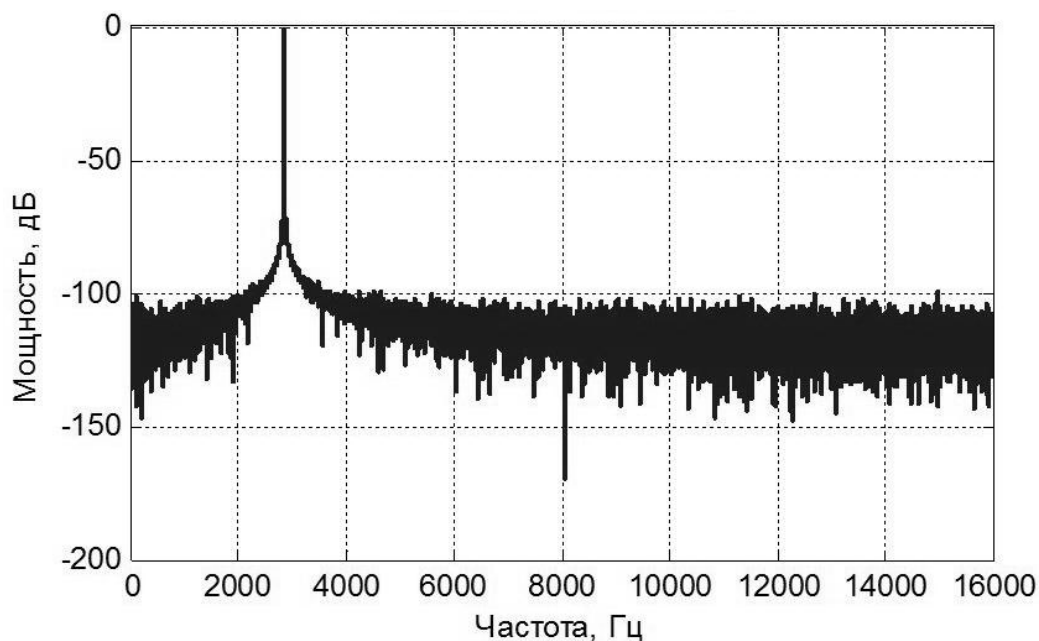


Рис. 2.5. Спектр квантованного гармонического сигнала, рассчитанный с помощью БПФ по 2^{20} точкам

К сожалению, описанная выше статистическая модель ошибок квантования далеко не всегда соответствует действительности. Например, она сразу неверна для периодических сигналов и сигналов с малым изменением уровня на протяжении большого числа отсчетов. В этих случаях наблюдается сильная корреляция между сигналом и ошибками квантования. В спектральной области это будет проявляться в концентрации шума вокруг любых спектральных составляющих полезного сигнала или их гармоник. Шум квантования перестанет быть белым. Аналитический анализ становится в этом случае крайне сложным, тем не менее существует ряд практических способов по рандомизации шума квантования и приближения его к описанной статистической модели.

Первый способ заключается в выборе максимально нерационального отношения между основной частотой полезного сигнала f_c и частотой дискретизации f_d . Это поясняется на рис. 2.6. Частота дискретизации здесь равна 32 кГц, а частота сигнала 6 400 Гц и 6 487 Гц соответственно.

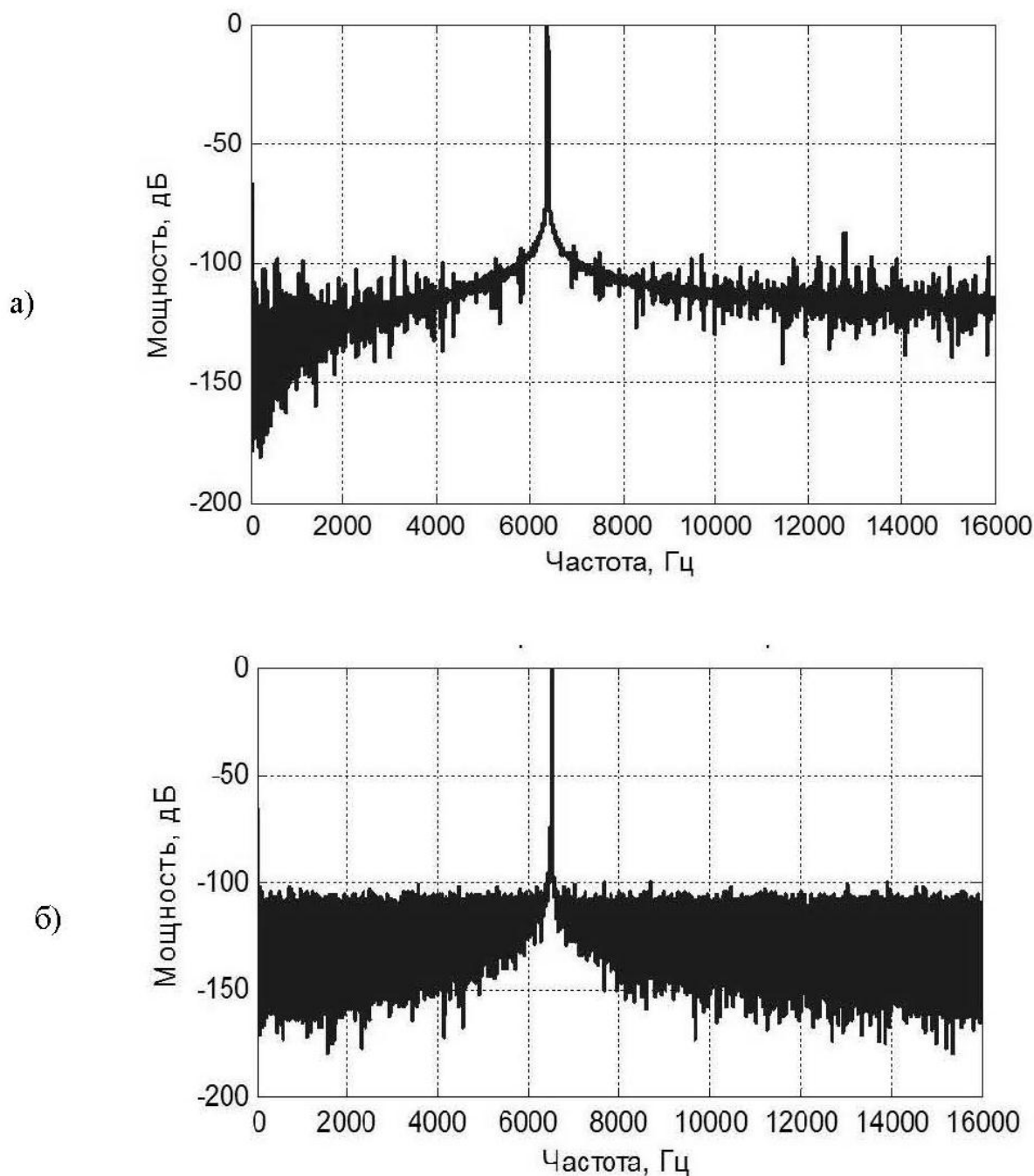


Рис. 2.6. Влияние отношения f_d/f_c на спектральное распределение шума квантования: а) при кратном отношении, б) при дробном

Второй способ заключается в добавлении к неквантованному сигналу небольшого количества шума (сопоставимого с величиной шага квантования), который призван разрушить корреляцию между сигналом и шумом квантования. Данный способ носит название *дизеринга* (от англ. *dithering* — сглаживание). Результат иллюстрируется на рис. 2.7. Стоит отметить, что на практике исходный сигнал тоже не идеальный и может содержать достаточную долю шума.

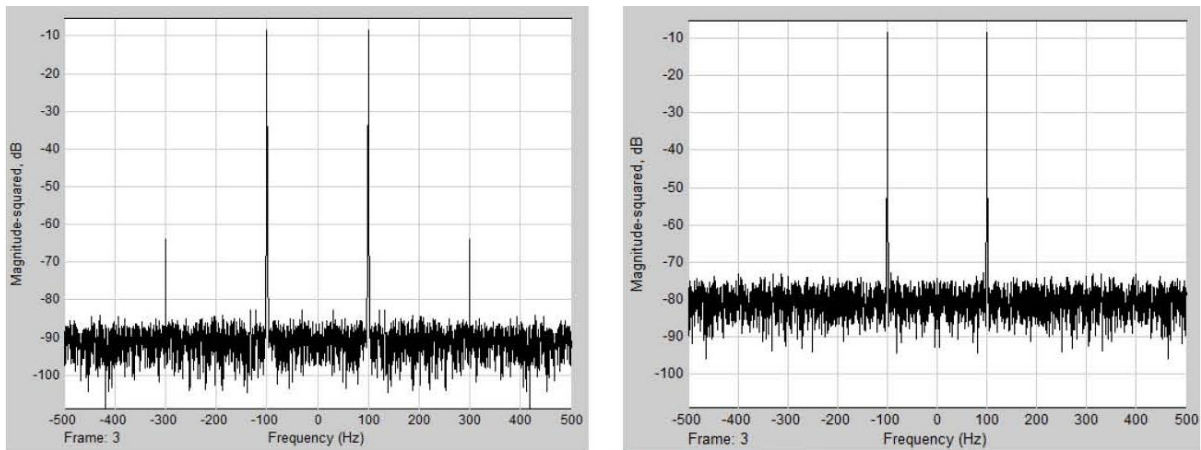


Рис. 2.7. Эффект от использования дизеринга при квантовании гармонического сигнала: до (слева) и после (справа)

На практике к описанным эффектам добавляются последствия неидеальности исполнения самого АЦП, но в данной работе реализация АЦП полагается идеальной.

2.4. Практические задания

2.4.1. Исследование статистических характеристик шума квантования при различных типах квантователей

Для исследования статистических характеристик шума квантования предлагается использовать скрипт на языке Matlab, листинг которого приведен ниже. В данном скрипте дополнительно выполняется проверка выхода сигнала за пределы полной шкалы АЦП.

```
clear; clc; close all;
FS = 1;          % размер полной шкалы, В
M = 2^20;       % количество отсчетов для анализа
% Ввод данных
fs = input('Частота дискретизации (Гц): ');
N = input('Разрядность (целое число от 1 до 24): ');
lev = input('Уровень сигнала (%): ');
amp = FS/2 * lev/100; % расчет амплитуды сигнала
if 2*amp > FS
    disp('ОГРАНИЧЕНИЕ СИГНАЛА!');
end;
freq = input('Частота сигнала (Гц): ');
if 2*freq > fs
```

```

    disp('НАЛОЖЕНИЕ!');
end;
disp('Тип квантования:');
disp('[0] - округление');
disp('[1] - усечение абсолютное');
disp('[2] - усечение по модулю');
Q = input('Введите значение: ');
% генерация дискретного сигнала
t = 0:1/fs:1/fs*(M-1);
x = amp*sin(2*pi*freq*t);
% ограничение сигнала
s = saturation('LinearInterval', [-FS/2, FS/2]);
xs = evaluate(s, x');
% квантования сигнала
delta = FS/2^N;      % шаг квантования
if Q == 0
    xq = delta*round(xs/delta);
elseif Q == 1
    xq = delta*floor(xs/delta);
else
    xq = delta*fix(xs/delta);
end;
% спектр сигнала
S = abs(fft(xq));
S = 20*log10(S/max(S)*lev/100);
figure
subplot(2,1,1)
f = 0:fs/M:fs/2*(M-1)/M;
plot(f, S(1:M/2))
grid on
title('Спектр сигнала после АЦП')
xlabel('Частота, Гц')
ylabel('Мощность, дБ')
% расчет ошибки квантования
e = xq - xs;
% расчет гистограммы
[H, eh] = hist(e, 20);
subplot(2,1,2)
% экспериментальное распределение
bar(eh, H)
hold on; grid on;

```



```

% теоретическое распределение
plot([min(e), max(e)], [mean(H), mean(H)], '-r')
title('Гистограмма')
xlabel('Величина ошибки квантования')
ylabel('Количество отсчетов')
legend('эксперимент', 'теория')
% вывод результатов анализа
Ps = var(xs);
Pe = var(e);
SNRp = 10*log10(Ps/Pe);
if Q == 2
    D = delta^2/3;
else
    D = delta^2/12;
end
SNRt = 10*log10(Ps/D);
disp('-----')
disp(['Количество отсчетов для анализа:', ...
num2str(M)])
disp('-----')
if Q == 1
    disp(['Матожидание e(n) теоретическое: ', ...
num2str(-delta/2)])
else
    disp(['Матожидание e(n) теоретическое: 0'])
end;
if Q == 2
    disp(['Дисперсия e(n) теоретическая: ', ...
num2str(delta^2/3)])
else
    disp(['Дисперсия e(n) теоретическая: ', ...
num2str(delta^2/12)])
end
disp(['SNR теоретическое: ', num2str(SNRt), ' дБ'])
disp('-----')
disp(['Матожидание e(n) экспериментальное: ', ...
num2str(mean(e))])
disp(['Дисперсия e(n) экспериментальная: ', ...
num2str(Pe)])
disp(['SNR экспериментальное: ', num2str(SNRp), ' дБ'])

```

После проверки работоспособности скрипта выполните следующие задания:

1. Для синусоидального входного сигнала частотой 87 Гц, дискретизированного с частотой 1 кГц, получите теоретические и экспериментальные графики зависимости математического ожидания, дисперсии и отношения «сигнал/шум» от разрядности квантователя (от 1 до 24 бит).

2. Получите гистограммы распределения ошибок квантования для трех типов квантователей.

3. Объясните явления, происходящие при выходе за пределы динамического диапазона квантователя (ограничение с насыщением).

2.4.2. Изучение последствий нарушения статистической модели ошибок квантования

Соберите в среде Simulink модель, изображенную на рис. 2.8. Модель квантователя приведена на рис. 2.9.

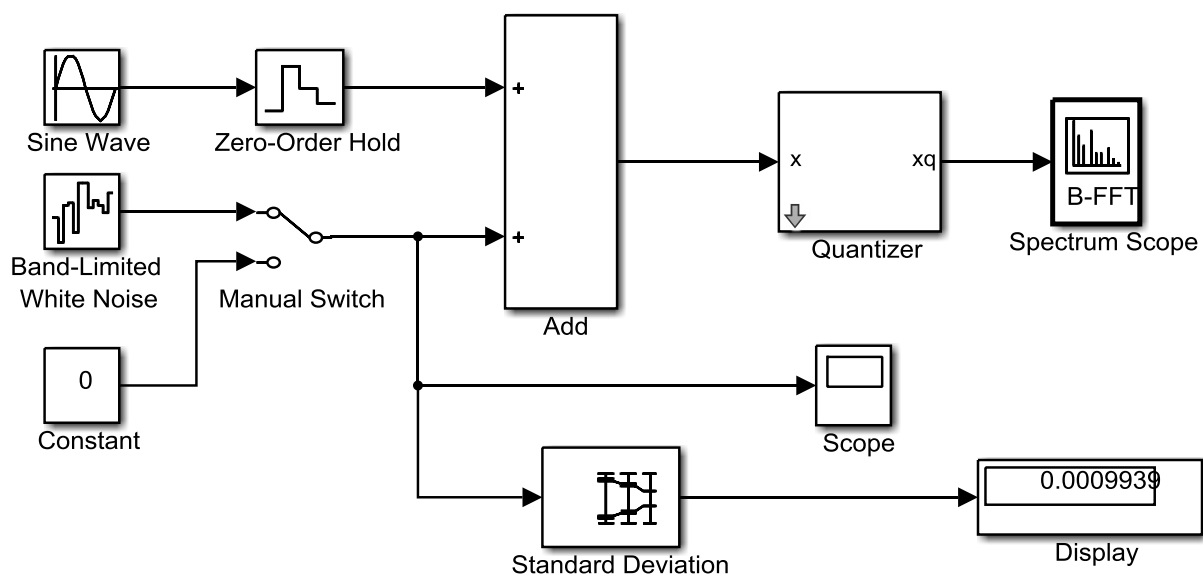


Рис. 2.8. Модель для исследования последствий нарушения статистической модели ошибок квантования

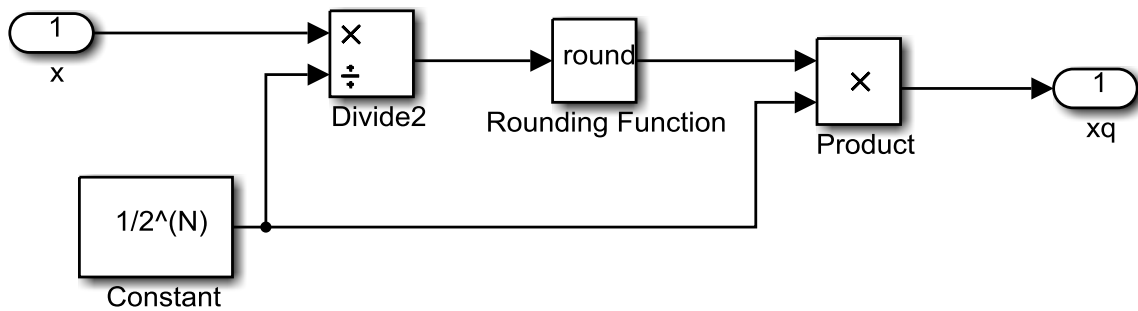


Рис. 2.9. Реализация блока Quantizer

Проведите следующий эксперимент. Замкните ключ на нулевую константу, а частоту гармонического сигнала выставьте равной поочередно 87, 100, 125 и 250 Гц. Повторите эксперимент для трех типов квантователей при одинаковой разрядности, например 8 бит. Объясните полученные результаты. Затем добавьте к входному гармоническому сигналу шум, мощность которого подберите экспериментально, добиваясь исчезновения паразитных составляющих в спектре. Сравните полученное СКО шума с величиной шага квантования, сделайте выводы.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение аналогового, дискретного, квантованного и цифрового сигналов. Приведите примеры.
2. В чем суть явления частотной неоднозначности? Почему отсчеты дискретного сигнала могут описывать бесконечное множество различных сигналов?
3. Как связан спектр дискретного сигнала с исходным спектром аналогового сигнала? Приведите примеры.
4. Сформулируйте теорему отсчетов для низкочастотных сигналов. Каким эффектом грозит ее нарушение?
5. Какие ограничения налагают на дискретизируемый сигнал?
6. Приведите пример ситуации, когда происходит наложение спектров. Как с ним можно бороться?
7. Объясните, почему на практике иногда частоту дискретизации выбирают значительно выше требуемой по Котельникову?
8. Как на практике используются свойства полосовой дискретизации, в чем ее преимущества и какие есть ограничения?
9. Сформулируйте теорему отсчетов для полосовых сигналов.
10. Что такое «зона Найквиста»? Чем отличаются четные зоны от нечетных?
11. Поясните особенности квантования с округлением, усечением по величине и усечением по модулю.
12. Сформулируйте статистическую модель шума квантования. Справедлива ли она для реальных сигналов?
13. Приведите примеры нарушения статистической модели ошибок квантования.
14. Какой будет плотность вероятностей ошибок квантования для идеальных и реальных сигналов?
15. Что такое отношение «сигнал/шум»? Как его рассчитать для N-разрядного квантователя? Как оно зависит от входного сигнала и модели квантования?
16. Как влияет увеличение разрядности на 1 бит на итоговое отношение «сигнал/шум»?

17. Целесообразно ли увеличение разрядности реальных АЦП выше 24 бит?

18. Можно ли каким-либо способом улучшить отношение «сигнал/шум»?

19. Почему при наблюдении спектра квантованного сигнала, построенного с помощью БПФ, наблюдаемое отношение «сигнал/шум» оказывается гораздо выше теоретического?

Список литературы

1. Брюханов, Ю. А. Лабораторный практикум по курсу «Цифровые цепи и сигналы» : учеб. пособие / Ю. А. Брюханов. — Ярославль : ЯрГУ, 2007.
2. Глинченко, А. С. Цифровая обработка сигналов : в 2 ч. Ч. 1 / А. С. Глинченко. — Красноярск : Изд-во КГТУ, 2001.
3. Аналого-цифровое преобразование / под ред. У. Кестера. — М. : Техносфера, 2007.
4. Сато, Ю. Обработка сигналов : первое знакомство / Ю. Сато ; под ред. Е. Амэмия. — М. : ДОДЭКА-XX1, 2008.
5. Айфичер, Э. Цифровая обработка сигналов : Практический подход / Э. Айфичер, Б. Джервис. — М. : Вильямс, 2004.
6. Оппенгейм, А. Цифровая обработка сигналов / А. Оппенгейм, Р. Шафер. — М. : Техносфера, 2006.
7. Кестер, У. Проектирование систем цифровой и смешанной обработки сигналов / У. Кестер. — М. : Техносфера, 2010.
8. Лайонс, Р. Цифровая обработка сигналов / Р. Лайонс. — М. : Бином-Пресс, 2009.
9. Сергиенко, А. Б. Цифровая обработка сигналов : учеб. пособие / А. Б. Сергиенко. — СПб. : ВHV-СПб, 2010.
10. Солонина, А. И. Цифровая обработка сигналов : Моделирование в Simulink / А. И. Солонина. — СПб. : ВHV-СПб, 2012.
11. Солонина, А. И. Основы цифровой обработки сигналов / А. И. Солонина. — СПб. : БХВ-Петербург, 2005.

Оглавление

Введение	3
1. Дискретизация сигналов.....	4
1.1. Общие сведения об аналого-цифровом преобразовании.....	4
1.2. Низкочастотная дискретизация	6
1.2.1. Частотная неоднозначность в представлении дискретных сигналов.....	6
1.2.2. Эффект наложения спектров и методы борьбы с ним	9
1.3. Полосовая дискретизация.....	14
1.3.1. Отличия и сходства с низкочастотной дискретизацией	14
1.3.2. Выбор частоты дискретизации	15
1.4. Практические задания.....	17
1.4.1. Исследование эффекта наложения спектров и методов борьбы с ним.....	17
1.4.2. Исследование особенностей дискретизации полосовых сигналов.....	18
2. Квантование сигналов.....	21
2.1. Типы квантования сигнала	21
2.2. Статистическая модель ошибок квантования	23
2.3. Спектральные свойства шума квантования	27
2.4. Практические задания.....	31
2.4.1. Исследование статистических характеристик шума квантования при различных типах квантователей.....	31
2.4.2. Изучение последствий нарушения статистической модели ошибок квантования	34
Контрольные вопросы.....	36
Список литературы.....	38

Учебное издание

Дубов Михаил Андреевич
Волохов Владимир Андреевич

Аналого-цифровое преобразование сигналов

Практикум

Редактор, корректор М. Э. Левакова
Верстка М. Э. Леваковой

Подписано в печать 25.05.17. Формат 60×84 1/16.

Усл. печ. л. 2,32. Уч.-изд. л. 2,0.

Тираж 4 экз. Заказ

Оригинал-макет подготовлен
в редакционно-издательском отделе ЯрГУ.

Ярославский государственный университет
им. П. Г. Демидова.
150003, Ярославль, ул. Советская, 14.